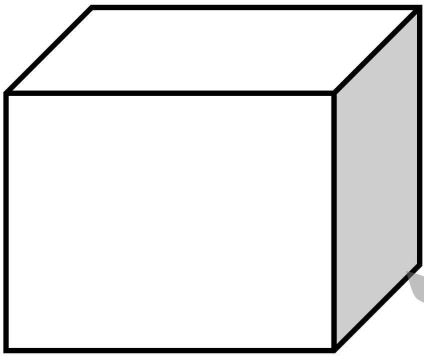
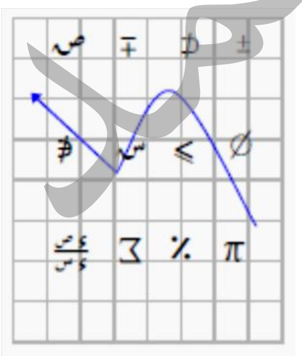
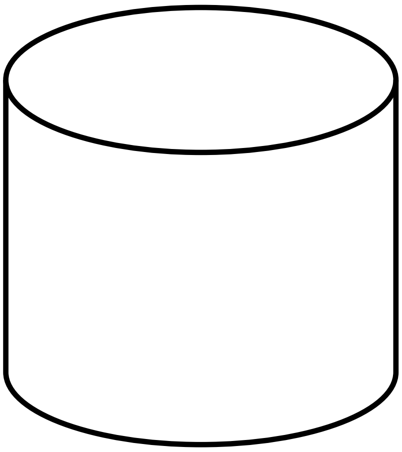
المراجعة النهائية في الجبر
للصف الثالث الثانوي







معلم الرياضيات

م.أ.أ /محمد ربيع عبد الوهاب

01120464879

إختر الإجابة الصحيحة

(١) فى إحدى الكليات الجامعية إذا كان الطالب يدرس ٨ مواد دراسية و لا يحق له الإنتقال إلى السنة الثانية إلا إذا نجح فى ٦ مواد منها على الأقل فإن عدد الطرق التى يمكن أن ينتقل بها الطالب للسنة الثانية يساوى ....

(أ) ٥٦   (ب) ٤   (ج) ٣٧   (د) ١٤

----

(٢) إذا أردنا تكوين لجنة مكونة من أربعة أشخاص من بين ٩ رجال و ٣ نساء بشرط أن تشتمل اللجنة على إمرأة واحدة على الأقل فإن عدد طرق تكوين هذه اللجنة يساوى........

(أ) ٤٩٥   (ب) ١١٨٨٠   (ج) ٣٦٩   (د) ٢٥٢

----

(٣) عدد أقطار المضلع ذو الأثنى عشر ضلعاً يساوى ....

(أ) ١٢٠   (ب) ١٣٢   (ج) ٦٦   (د) ٥٤

----

(٤) إذا كانت النقاط أ ، ب ، جـ ∈ للمستقيم $ل_{١}$ ، م ، ن ، هـ ، ع ∈ للمستقيم $ل_{٢}$ و كان $ل_{١}$ // $ل_{٢}$ فإن عدد المثلثات التى يمكن رسمها بإستخدام مجموعة النقاط { أ ، ب ، جـ ، م ، ن ، هـ ، ع} يساوى ....

(أ) ٢١٠   (ب) ٦٠   (ج) ٣٥   (د) ٣٠

----

(٥) إذا كان عدد المثلثات التى يمكن رسمها بإستخدام رؤوس مضلع يساوى ٥٦ مثلث فإن عدد رؤوس المضلع يساوى ....

(أ) ٦   (ب) ٧   (ج) ٨   (د) ٩

----

(٦) عدد الأعداد المكونة من أربعة أرقام مختلفة بإستخدام عناصر المجموعة {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} يساوى ....

(أ) ١٢٠   (ب) ٩٦   (ج) ٥   (د) ١٦

----

(٧) إذا كانت ن ∈ $ص^{+}$ حيث $^{ن}ق_{٣} + ٢\,{}^{ن}ق_{٢} + {}^{ن}ق_{١} = ١٢٠$ فإن ن = ...

(أ) ٧   (ب) ٨   (ج) ٩   (د) ١٠

----

(٨) إذا كانت ن ∈ $ص^{+}$ فإن $^{ن}ل_{٢}$ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٢٤   (ب) ٢٥   (ج) ٢٧   (د) ٣٠

----

(٩) إذا كان $^{١٧}ق_{ر^{٢}+١} = {}^{١٧}ق_{٣ر\ ٢}$ فإن ر = ...

(أ) ٢   (ب) −٢   (ج) ±٢   (د) ٤

(١٠) إذا كان $^{\text{س+ص}}\text{ل}_{٢} = ٢١٠$ ، $^{\text{ص}-٣}\text{ق}_{٣} = ٣٥$ فإن $|٢\text{س} - \text{ص}| = \ldots\ldots$

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ٢ (د) ١

---

(١١) إذا كانت $^{\text{ن}}\text{ق}_{٣} : {}^{\text{ن}-١}\text{ق}_{٤} = ٨ : ٥$ فإن قيمة $\text{ن} = \ldots\ldots$

(أ) ٥ (ب) ٧ (ج) ٨ (د) ٩

---

(١٢) إذا كان الحدان الأوسطان فى مفكوك $(\text{أ} + ٢\text{ب})^{٢\text{ن}+١}$ متساويان فإن ......

(أ) $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{١}{٢}$ (ب) $\text{أ} = ٤\text{ب}$ (ج) $\text{أ} = ٨\text{ب}$ (د) $\text{أ} = ٢\text{ب}$

---

(١٣) فى مفكوك $\text{س}^{٣}(١ + \text{س})^{٧}$ يكون معامل الحد المشتمل على $\text{س}^{٤}$ هو ....

(أ) $^{٧}\text{ق}_{٤}$ (ب) $^{٧}\text{ق}_{٣}$ (ج) $^{٧}\text{ق}_{١}$ (د) ٢١

---

(١٤) إذا كان الحد الخالى من س فى مفكوك $\left(\text{س} + \frac{١}{\text{س}}\right)^{\text{ن}}$ هو $\text{ح}_{٧}$ فإن ن= ......

(أ) ٦ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ٨

---

(١٥) فى مفكوك $(١ - \text{س})^{١٢}$ معامل الحد السادس : معامل الحد الخامس = ...

(أ) $\frac{٨}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٨}$ (ج) $\frac{-٨}{٥}$ (د) $\frac{-٥}{٨}$

---

(١٦) إذا كان $(١ + \text{س})^{\text{ن}} = ١ + \text{أ}_{١}\text{س} + \text{أ}_{٢}\text{س}^{٢} + \text{أ}_{٣}\text{س}^{٣} + \ldots\ldots + \text{أ}_{١٠}\text{س}^{١٠}$ وكان $\frac{\text{أ}_{٢} + \text{أ}_{٣}}{\text{أ}_{٢}} = ٣$ فإن ن =......

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ٩

---

(١٧) مجموع معاملات حدود مفكوك $(١ + \text{س} - ٣\text{س}^{٢})^{٢٠١٨}$ يساوى ....

(أ) -١ (ب) ١ (ج) صفر (د) ٢٠١٧

---

(١٨) فى مفكوك $(\sqrt[٣]{٣} + \sqrt{٢})^{٥}$ الحد الذى لا يشتمل على عدد غير نسبى يساوى ......

(أ) ٣٠ (ب) ٤٠ (ج) ٥٠ (د) ٦٠

---

(١٩) في مفكوك $\left(٢+\frac{س}{٣}\right)^{ن}$ إذا كان معاملا $س^{٧}$ ، $س^{٨}$ متساويان فإن ن = ...

(أ) ٥٦ (ب) ٥٥ (ج) ٤٥ (د) ١٥

---

(٢٠) في مفكوك $(س+ص)^{ن}$ إذا كان الحد السابع هو الحد الذى له أكبر معامل فإن ن = ...

(أ) ١٢ (ب) ١٣ (ج) ١٤ (د) ١٥

---

(٢١) في مفكوك $س^{٤}\left(س-\frac{١}{س}\right)^{٩}$ حسب قوى س التنازلية الحد الرابع من النهاية يساوى ....

(أ) ٨٤ س (ب) −٨٤ س (ج) ٨٤ $س^{٧}$ (د) −٨٤ $س^{٧}$

---

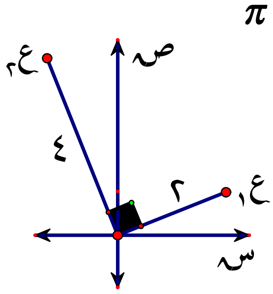
(٢٢) إذا كان ع = $(١+\sqrt{٣}\,ت)^{ن}$ وكان |ع| = ٨ فإن السعة الأساسية للعدد ع تساوى ....

(أ) $\frac{\pi}{٢}$ (ب) $\frac{\pi}{٣}$ (ج) $\frac{\pi}{٦}$ (د) π

---

(٢٣) إذا كان $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ عددين مركبين ممثلين على مستوى أرجاند كما بالشكل المجاور

فإن $\left(\frac{ع_{٢}}{ع_{١}}\right)^{٢}$ = ...



(أ) ٤ (ب) −٤ (ج) ٤ت (د) −٤ت

---

(٢٤) إذا كان ع = −١ − ت فإن الصورة الآسية للعدد ع هى ....

(أ) $\sqrt{٢}$ هـ$^{\frac{٣\pi}{٤}ت}$ (ب) $\sqrt{٢}$ هـ$^{\frac{٥\pi}{٤}ت}$ (ج) $\sqrt{٢}$ هـ$^{\frac{-٣\pi}{٤}ت}$ (د) $\sqrt{٢}$ هـ^{٢٢٥ت}

---

(٢٥) $(أ+ب\omega+أ\omega^{٢})(أ+ب\omega^{٢}+أ\omega^{٤})$ = ...

(أ) ١ (ب) أ − ب (ج) $(أ-ب)^{٢}$ (د) $ب^{٢}-أ^{٢}$

---

(٢٦) $\frac{أ-ب\omega}{أ\omega^{٢}-ب}-\omega^{٢}$ = ...

(أ) ٣ت (ب) $\pm\sqrt{٣}$ ت (ج) −٣ (د) ٣

---

(٢٧) إذا كان $(١+\omega)^{٧}=أ+ب\omega$ حيث أ ، ب عددان حقيقيان فإن (أ , ب) = ...

(أ) (٠ , −١) (ب) (١ , ١) (ج) (١ , ٠) (د) (١ , −١)

---

(٢٨) $\sum_{ر=1}^{6}\left(1+\omega^{ر}\right)$ = ...

ⓐ ٧   ⓑ ٦   ⓒ ١   ⓓ $1+\omega$

---

(٢٩) مرافق العدد ١ + ω هو ......

ⓐ $1-\omega$ ⓑ $1+\omega^2$ ⓒ $1-\omega^2$ ⓓ $-1-\omega$

---

(٣٠) مجموع جذور المعادلة (ع − ٢)^3 = ١ يساوى ....

ⓐ صفر   ⓑ ٢   ⓒ ١   ⓓ ٦

---

(٣١) إذا كان | ع | = | ع − ٢ | فإن الجزء الحقيقى للعد ع يساوى ....

ⓐ ١   ⓑ −١   ⓒ ٢   ⓓ −٢

---

(٣٢) هـ$^{\theta ت}$ + هـ$^{-\theta ت}$ = ...

ⓐ هـ$^{2\theta ت}$ ⓑ ٢جتاθ ⓒ ٢جاθ ⓓ هـ$^{-2\theta ت}$

---

(٣٣) ت^{12} + ت^{13} + ت^{14} + ...+ت^{112} = ...

ⓐ ت   ⓑ −١   ⓒ ١   ⓓ − ت

---

(٣٤) إذا كان | ع | = ١٠ فإن ع $\bar{ع}$ = ...

ⓐ ١٠   ⓑ ١   ⓒ ١٠٠   ⓓ −١٠٠

---

(٣٥) إذا كان ع = س + تص فإن الجزء الحقيقى للعدد هـ^{ع} هو ....

ⓐ هـ^{س} جتاص   ⓑ هـ^{س} جاص   ⓒ هـ^{س} ⓓ جتاص

---

(٣٦) سعة العدد المركب (١−جتاθ) + تجاθ تساوى .... حيث $0 < \theta < \pi$

ⓐ $\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}$ ⓑ $\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{2}$ ⓒ $\frac{\pi}{2}-\theta$ ⓓ $\frac{\pi}{2}-\frac{\theta}{4}$

---

(٣٧) $\begin{vmatrix} \omega & ت \\ ت & \omega \end{vmatrix}$ = ...

ⓐ ١   ⓑ −١   ⓒ ω ⓓ $-\omega$

(٣٨) إذا كانت كل من أ، ب مصفوفة غير منفردة فإن $(\text{أب})^{-1}$ = ...

(أ) − أب　(ب) $\text{أ}^{-1}\text{ب}^{-1}$　(جـ) $\text{ب}^{-1}\text{أ}^{-1}$　(د) $(\text{ب أ})^{-1}$

---

(٣٩) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ & ٤ \\ ٤ & ٨ & ١٦ \end{pmatrix}$ فإن ر(أ) = ...

(أ) صفر　(ب) ١　(جـ) ٢　(د) ٣

---

(٤٠) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & -٢ & ٣ \\ \text{ك} & ٠ & ١ \\ ٣ & ٢ & -١ \end{pmatrix}$ وكان ر(أ) = ٢ فإن ك = ...

(أ) صفر　(ب) ٢　(ب) −٢　(جـ) ٦

---

(٤١) عدد حلول النظام ٢س + ٥ص = ٠ ، ٣س − ع = ٠ ، ٢ص − ٣ع = ٠ هو ....

(أ) الحل الصفرى فقط　(ب) عدد لا نهائى من الحلول من بينها الحل الصفرى.

(جـ) صفر　(د) عدد لا نهائى ليس من بينها الحل الصفرى.

---

(٤٢) يوجد للنظام $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ & ٣ \\ ١ & -٢ & -٣ \\ ٤ & -٢ & -٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \\ \text{ع} \end{pmatrix} = \boxed{}$ ....

(أ) الحل الصفرى فقط　(ب) عدد لا نهائى من الحلول من بينها الحل الصفرى.

(جـ) صفر　(د) عدد لا نهائى ليس من بينها الحل الصفرى.

---

(٤٣) $\begin{vmatrix} \text{أ}+\text{ب} & \text{جـ}+\text{ب} & \text{أ}+\text{جـ} \\ \text{جـ} & \text{أ} & \text{ب} \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) −١　(ب) صفر　(جـ) أ + ب + جـ　(د) أ ب جـ

---

(٤٤) إذا كان للمعادلات س + ٢ص + ٣ع = ٥ ، ٢س − ٣ص + ك ع = ١٣ ، ٣س + ك ص + ٢ع = ٣ حل وحيد فإن ك ∈ ....

(أ) ح　(ب) ح − {−١}　(جـ) ح − {١٣}　(د) ح − {−١ , ١٣}

---

(٤٥) إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ٣ & ١ & ١ \\ ٢ & ٠ & ١- \\ ١ & ٢- & ٢ \end{pmatrix}$ فإن ر(أ ^{مد}) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

(٤٦) إذا كانت أ مصفوفة من النظم م × ن فإن ....

(أ) ر(أ) ≥ أصغر العددين م ، ن (ب) ر(أ) ≻ أصغر العددين م ، ن

(ج) ر(أ) ≤ أصغر العددين م ، ن (ج) ر(أ) ≺ أصغر العددين م ، ن

---

(٤٧) مجموع جذور المعادلة $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & س \\ ٠ & س & ١ \\ س & ٣ & ٢ \end{vmatrix}$ = ٨ فى ك يساوى ......

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

---

(٤٨) إذا كان للمعادلتين ٢س + ص = ١ ، ٤س + ٢ص = ك عدد لا نهائى من الحلول فإن ك = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

(٤٩) إذا كان س عدد مركب فإن عدد حلول المعادلة $\begin{vmatrix} س - ١ & س^{٣} + ١ \\ س^{٣} - ١ & س + ١ \end{vmatrix}$ = ٠ يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٣

أسئلة إنتاج الإجابة

السؤال(١) فى مفكوك $\left(٤س^{٢} + \frac{١}{٢س}\right)^{١٥}$ حسب قوى س التنازلية . إوجد قيمة الحد الخالى من س .و إذا كان الحدان الأوسطان متساويان فإوجد قيمة س.

السؤال(٢) فى مفكوك $(س + ص)^{ن}$ إذا كان $ح_{١}$ ، $ح_{٢}$ ، $ح_{٣}$ فى تتابع حسابى " $ح_{٢}$ وسط حسابى بين $ح_{١}$ ، $ح_{٣}$ " و كانت $س = ٢ص$ فإوجد قيمة ن .

السؤال(٣) فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$ إذا كان $٣ح_{٤}$ ، $\sqrt{٥}\,ح_{٦}$ ، $٦\,ح_{٨}$ فى تتابع هندسى فإوجد قيمة ن.

السؤال(٤) إوجد معامل $\frac{١}{س^{٥}}$ فى مفكوك $\frac{١}{س^{٣}}\left(س + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٠}$ ثم أثبت أن هذا المفكوك لا يشتمل على حد خالى من س.

السؤال(٥) إذا كان $ح_{٢}$ ، $ح_{٣}$ ، $ح_{٤}$ فى مفكوك $(س + أ)^{ن}$ هى ١٨ ، ١٤٤ ، ٦٧٢ على الترتيب فأوجد قيمة ن ، س ، أ

السؤال(٦) إذا كانت $(أ - س)^{١٤} = ج_{٠} + ج_{١}س + ج_{٢}س^{٢} + ج_{٣}س^{٣} + ... + ج_{١٤}س^{١٤}$ وكان $٤ج_{٤} + ١١(ج_{٣} + ج_{٢}) = ٠$

السؤال(٧) إذا كانت النسبة بين الحد الخامس من مفكوك $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{١٥}$ و الحد الرابع من مفكوك $\left(س - \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٤}$ تساوى $-١٦ : ١٥$ أوجد قيمة س.

السؤال(٨) أوجد معامل أكبر حد فى مفكوك $(٢س+٣ص)^{١٠}$

السؤال(٩) فى مفكوك $\left(س^{٢} + \frac{١}{س}\right)^{٣ن}$ أثبت أن الحد الخالى من س يساوى معامل الحد الذى يشتمل على $س^{٣ن}$ و إذا كانت $ن = ٦$ أوجد النسبة بين الحد الخالى من س و معامل الحد الأوسط .

السؤال(١٠) فى مفكوك $\left(أ\,س^{٢} + \frac{١}{أس}\right)^{١١}$ إذا كان معامل $س^{٧}$ ، معامل $س^{٤}$ متساويان فإوجد قيمة أ .

السؤال(١١) فى مفكوك $\left(س^{م} + \frac{١}{س}\right)^{٦}$ حيث $م \in ص^{+}$ أوجد قيم م التى تجعل لهذا المفكوك حداً خالياً من س .

السؤال(١٢) فى مفكوك $\left(\sqrt{س} + \frac{١}{س}\right)^{٨}$ إذا كان $ح_{٤}$ ، $ح_{٥}$ ، $٢٥ح_{٧}$ ، $ح_{٦}$ متناسبة أوجد قيمة س.

<u>السؤال(١٣)</u> إذا كان ن عدداً صحيحًا موجبًا أثبت أنه لا يوجد حد خالى من س فى مفكوك $\left(س^{٥} + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{ن}$ إلا عندما ن مضاعف للعدد ٧ ثم أوجد هذا الحد عندما ن =٧

<u>السؤال(١٤)</u> إذا كان $\sqrt{٣}(ع - ١) = ت(ع + ١)$ ضع العدد المركب ع على الصورة الآسية ثم إوجد جذوره التكعيبية على الصورة الآسية و مثلها على شكل أرجاند.

<u>السؤال(١٥)</u> إذا كانت $ع = \frac{١ + \sqrt{٣}ت}{١ + ت}$ ضع العدد ع على الصورة المثلثية ثم بإستخدام نظرية ديموافر برهن أن $ع^{٦} = ٨ت$

<u>السؤال(١٦)</u> إذا كان $(١ - ت)س + (١ + ت)ص = ٢ت$ حيث س ، ص $\in$ ح إوجد قيمة س ، ص ثم إوجد القيم المختلفة للعدد $ع^{\frac{٨}{٣}}$ حيث ع = س + ت ص على الصورة المثلثية.

<u>السؤال(١٧)</u> إذا كانت $ع_{١} = ٤\left(جا\frac{٥\pi}{٦} + ت جتا\frac{٥\pi}{٦}\right)$ ، $ع_{٢} = ت$ ، $ع_{٣} = ٢هـ^{\frac{٥\pi}{٦}ت}$ وكان $ع = \frac{ع_{١}}{ع_{٢} \times ع_{٣}}$ فإوجد العدد ع فى الصورة المثلثية ثم إوجد جذوره التربيعية.

<u>السؤال(١٨)</u> ضع العدد $ع = \sqrt{٢}\left(\frac{١ + ت ظا\frac{\pi}{١٢}}{١ - ت ظا\frac{\pi}{١٢}}\right)$ على الصورة المثلثية ثم إوجد القيم المختلفة للعدد $ع^{\frac{٤}{٣}}$ فى الصورة المثلثية.

<u>السؤال(١٩)</u> إذا كان العدد $ع_{١} = ١ - \sqrt{٣}ت$ ، كان $\frac{ع_{٢}}{ع_{١}} = ٤ \times هـ^{\pi ت}$ فإوجد الجذران التربيعيان للعدد $ع_{٢}$

<u>السؤال(٢٠)</u> إذا كان $ع_{١} = \frac{٦ + ٤ت}{١ + ت}$ ، $ع_{٢} = \frac{٢٦}{٥ + ت}$ فإثبت أن العددان $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ مترافقان ثم إوجد الجذور التكعيبية للعدد $ع = ٤(ع_{١} - ع_{٢})$.

<u>السؤال(٢١)</u> إذا كان العدد $ع = \frac{١ + \omega}{(١ - ت)^{٢}} + \frac{١ - \omega}{(١ + ت)^{٢}}$ فإوجد المقياس و السعة الأساسية للعدد المركب ع حيث $\omega = \frac{-١}{٢} +$ ت .

<u>السؤال(٢٢)</u> أوجد م . ح المعادلة $ع^{٢} - ٢\bar{ع} = ٠$ فى ك

السؤال(٢٣) بإستخدام نظرية ديموافر أوجد جذور المعادلة $ع^{٣} + ٢٧ت = ٠$

السؤال(٢٤) إذا كانت سعة $(ع + ت) = \frac{\pi}{٤}$ ، سعة $(ع - ٣) = \frac{٣\pi}{٤}$ فأوجد العدد المركب ع على الصورة الجبرية.

السؤال(٢٥) إذا كان $ع_{١} =$ جتا٧٥+ت جا٧٥ ، $ع_{٢} =$ جتا١٥+ت جا١٥ أوجد بالصورة المثلثية العدد $ع_{١} + ع_{٢}$

السؤال(٢٦) إذا كان $ع_{١} =$ جتا١١٤° + ت جا٦٦° ، $ع_{٢} =$ جتا٤٢° + ت جا١٣٨° ، $ع_{٣} =$ جا٢٤° + ت جا١١٤° أوجد الصورة الجبرية للعدد $ع = \frac{ع_{١} ع_{٢}}{ع_{٣}}$

السؤال(٢٧) إوجد الجذور الرابعة للعدد −١ و مثل هذه الجذور على شكل أرجاند.

السؤال(٢٨) إذا كان $\frac{٧-١١ت}{٤+ت} = أ + ب ت$ أوجد قيم المقدار $\left(\sqrt{-ب} + أت\right)^{\frac{٣}{٢}}$

السؤال(٢٩) إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح أثبت أن

① $\frac{٥+٢\omega}{٢+٣\omega} + \frac{٥+٢\omega^{٢}}{٢+٣\omega^{٢}} = \frac{١٣}{٧}$

② $\left(٥ - \frac{٥}{١+\omega^{٢}} + \frac{٣}{\omega^{٢}}\right)^{٦} = ٦٤$

السؤال(٣٠) إذا كانت ١ ، ω ، $\omega^{٢}$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح أثبت أن

① $\frac{س + ص\omega}{س\omega^{٢} + ص} + \frac{ع\omega^{٢} + ل}{ع + ل\omega} = -١$

② $\left(\frac{\omega}{١+٢\omega}\right)^{٢} + \left(\frac{\omega^{٢}}{١+٢\omega}\right)^{٢} = \frac{١}{٣}$

السؤال(٣١) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} ١ & أ & أ \\ ١ & ب & أ \\ ١ & جـ & -ب \end{vmatrix} = (أ - ب)(أ + ب)$

السؤال(٣٢) بدون فك المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} (أ+ب)^{٢} & أب & أ^{٢}+ب^{٢} \\ (جـ+د)^{٢} & جـ د & جـ^{٢}+د^{٢} \\ (ن+هـ)^{٢} & ن هـ & ن^{٢}+هـ^{٢} \end{vmatrix} = ٠$

السؤال(٣٣) بدون فك المحدد أثبت أن

$$\text{٠} = \begin{vmatrix} \omega & \text{ت} & \text{١} \\ \text{٠} & -\omega & \omega\text{ت} \\ \omega & -\omega^{\text{٢}} & \omega^{\text{٢}}\text{ت} \end{vmatrix}$$

السؤال(٣٤) إذا كانت س هى أحد عوامل المحدد

$$\begin{vmatrix} \text{٢ك} & \text{٣} & \text{٤} \\ \text{س} & \text{ك} & \text{١} \\ \text{٢ك} & \text{س+٢} & \text{س+٣} \end{vmatrix}$$

فأوجد قيمة ك

السؤال(٣٥) إذا كان

$$\begin{vmatrix} \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{ع} & \text{ص + ٢} & \text{س} \\ \text{ع+٢} & \text{ص} & \text{س+٢} \end{vmatrix} = -\text{٤}$$

فأوجد قيمة س + ص + ع

السؤال(٣٦) بدون فك المحدد أثبت أن

$$\text{صفر} = \begin{vmatrix} \text{٣س} & \text{٣س} & \text{٣س} \\ \text{أ} & \text{ب} & \text{١} \\ \text{ب + ١} & \text{أ + ١} & \text{أ + ب} \end{vmatrix}$$

السؤال(٣٧) بإستخدام خواص المحددات إوجد مجموعة حل المعادلة

$$\begin{vmatrix} \text{١} & \text{س}^{\text{٢}} \\ \text{س} & -\text{س} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{٠} & -\text{س} & \text{١} \\ \text{س} & \text{١} & \text{س} \\ \text{س + ١} & -\text{١} & \text{١} \end{vmatrix}$$

السؤال(٣٨) بإستخدام خواص المحددات أثبت أن

$$\begin{vmatrix} \text{١} & \text{ب} & \text{١} \\ \text{ب} & \text{ب}^{\text{٢}} & \text{أ} \\ \text{جـ} & \text{جـ}^{\text{٢}} & \text{ب} \end{vmatrix} (\text{أ + ب}) = \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أب} & \text{بجـ} \\ \text{ب} & \text{ب}^{\text{٢}} & \text{أجـ} \\ \text{١} & \text{جـ} & \text{ب} \end{vmatrix}$$

السؤال(٣٩) بدون فك المحدد أثبت أن

$$\text{صفر} = \begin{vmatrix} \text{٠} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{ب} & \text{أ + ب} & \text{ب} \\ \text{أ + ب} & \text{أ + ب+جـ} & \text{جـ} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \text{جـ} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{أ + ب+جـ} & \text{أ + ب} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{أ} & \text{ب} \end{vmatrix}$$

السؤال(٤٠) بدون فك المحدد أثبت أن

$$\text{ص}^{\text{٢}} = \begin{vmatrix} \text{١} & \text{١} & \text{١} \\ \text{١} & \text{١} & \text{١ + ص} \\ \text{١} & \text{١ + ص} & \text{١} \end{vmatrix}$$

السؤال(٤١) حل المعادلات الآتية ٢س + ٢ص − ع = ٣ ، ٣س + ص = ٥، س + ص + ٢ع = ٩ بإستخدام المعكوس الضربى للمصفوفات.

<u>السؤال(٤٢)</u> إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ٣ \\ ١٠ & ٤ & \text{ك} \\ ١٧ & ٧ & ١ \end{pmatrix}$ فإوجد قيمة **ك** التى تجعل رتبة أ أقل ما يمكن.

<u>السؤال(٤٣)</u> بين أن للنظام ٢س + ٣ص + ٥ع = ٠ ، ٧س + ٤ص−٢ع = ٠ ، ٦س+٩ص + ١٥ع = ٠ عدداً لا نهائياً من الحلول و اكتب صورة الحل.

إجابات إختر الإجابة الصحيحة

(١)	ج	(٢)	ج	(٣)	د	(٤)	د	(٥)	ج
(٦)	ب	(٧)	ب	(٨)	د	(٩)	ج	(١٠)	د
(١١)	ج	(١٢)	د	(١٣)	ج	(١٤)	ج	(١٥)	ج
(١٦)	ج	(١٧)	ب	(١٨)	د	(١٩)	ب	(٢٠)	أ
(٢١)	أ	(٢٢)	د	(٢٣)	ب	(٢٤)	ج	(٢٥)	ج
(٢٦)	ب	(٢٧)	ب	(٢٨)	ب	(٢٩)	ب	(٣٠)	د
(٣١)	أ	(٣٢)	ب	(٣٣)	ج	(٣٤)	ج	(٣٥)	أ
(٣٦)	ب	(٣٧)	د	(٣٨)	ج	(٣٩)	ب	(٤٠)	ب
(٤١)	أ	(٤٢)	ب	(٤٣)	ب	(٤٤)	د	(٤٥)	د
(٤٦)	أ	(٤٧)	أ	(٤٨)	ج	(٤٩)	ب		

حلول أسئلة إنتاج الإجابة

السؤال(١) $\because \text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{١٥}\text{ق}_{\text{ر}} \left(\tfrac{١}{٢}\text{س}^{-١}\right)^{\text{ر}} \left(٤\text{س}^{٢}\right)^{١٥-\text{ر}}$ $\Leftarrow$ $\boxed{\text{ح}_{\text{ر}+١} = {}^{١٥}\text{ق}_{\text{ر}} \times ٢^{٣٠-٣\text{ر}} \times \text{س}^{٣٠-٢\text{ر}-\text{ر}}}$

الحد الخالى من س : $٣٠ - ٣\text{ر} = ٠$ $\Leftarrow$ $\text{ر} = ١٠$ "الحد الخالى من س هو $\text{ح}_{١١}$"

$\therefore$ الحد الخالى من س هو $\text{ح}_{١١} = {}^{١٥}\text{ق}_{\text{ر}} \times ٢^{٣٠-٣\text{ر}}$ $\Leftarrow$ $\text{ح}_{١١} = {}^{١٥}\text{ق}_{١٠} \times ٢^{٣٠-٣٠} = ٣٠٠٣$

$\because$ الحدان الأوسطان هما $\text{ح}_{\frac{١٥+١}{٢}}$ و الذى يلية $\Leftarrow$ الحدان الأوسطان هما $\text{ح}_{٨}$ ، $\text{ح}_{٩}$

$$\because \text{ح}_{٩} = \text{ح}_{٨} \Leftarrow \frac{\text{ح}_{٩}}{\text{ح}_{٨}} = ١ \Leftarrow \frac{١٥ - ٨ + ١}{٨} \times \frac{٤\text{س}^{٢}}{\frac{١}{٢\text{س}}} = ١ \Leftarrow \boxed{\text{س} = \tfrac{١}{٢}}$$

السؤال(٢) $\because \text{ح}_{١}$ ، $\text{ح}_{٢}$ ، $\text{ح}_{٣}$ فى تتابع حسابى $\Leftarrow$ $٢\text{ح}_{٢} = \text{ح}_{١} + \text{ح}_{٣}$ بالقسمة $\div \text{ح}_{٢}$

$$\therefore ٢ = \frac{\text{ح}_{١}}{\text{ح}_{٢}} + \frac{\text{ح}_{٣}}{\text{ح}_{٢}} \Leftarrow ٢ = \frac{١}{\text{ن}-١+١} \times \frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ن}-٢+١}{٢} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

$$\therefore ٢ = \frac{١}{\text{ن}} \times \frac{\text{س}}{\text{ص}} + \frac{\text{ن}-١}{٢} \times \frac{\text{ص}}{\text{س}} \quad ، \quad \because \text{س} = ٢\text{ص}$$

$$\therefore ٢ = \frac{١}{\text{ن}} \times \frac{٢\text{ص}}{\text{ص}} + \frac{\text{ن}-١}{٢} \times \frac{\text{ص}}{٢\text{ص}} \Leftarrow ٢ = \frac{٢}{\text{ن}} + \frac{\text{ن}-١}{٤} \text{ بالضرب } \times ٤\text{ن}$$

$$\therefore ٨\text{ن} = ٨ + \text{ن}^{٢} - \text{ن} \Leftarrow \text{ن}^{٢} - ٩\text{ن} + ٨ = ٠$$

$$\therefore (\text{ن}-١)(\text{ن}-٨) = ٠ \Leftarrow \boxed{\text{ن} = ٨} \text{ ، } \cancel{\boxed{\text{ن} = ١}} \text{ مرفوض}$$

السؤال(٣) $\because ٣\text{ح}_{٤}$ ، $\sqrt{٥}\,\text{ح}_{٦}$ ، $٦\,\text{ح}_{٨}$ $\Leftarrow$ $\dfrac{٦\,\text{ح}_{٨}}{\sqrt{٥}\,\text{ح}_{٦}} = \dfrac{\sqrt{٥}\,\text{ح}_{٦}}{٣\text{ح}_{٤}}$

∴ $\frac{٦}{\sqrt{٥}} \times \frac{ح_٨}{ح_٧} \times \frac{ح_٧}{ح_٦} = \frac{\sqrt{٥}}{٣} \times \frac{ح_٦}{ح_٥} \times \frac{ح_٥}{ح_٤}$

∴ $\frac{ن - ٧ + ١}{٧} \times \frac{س}{١} \times \frac{ن - ٦ + ١}{٦} \times \frac{س}{١} = \frac{٥}{١٨} \times \frac{ن - ٥ + ١}{٥} \times \frac{س}{١} \times \frac{ن - ٤ + ١}{٤} \times \frac{س}{١}$

∴ ١٢(ن − ٦)(ن − ٥) = ٧(ن − ٤)(ن − ٣) ⇐ ٥ن^{٢} − ٨٣ن + ٢٨٦ = ٠ ⇐ $\boxed{ن = ١٢}$

<u>السؤال(٤)</u> فى مفكوك $\left(س + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٠}$ ⇐ $\boxed{ح_{ر+١} = {}^{١٠}ق_ر \times (س)^{١٠-٣ر}}$

فى مفكوك $\frac{١}{س^{٣}}\left(س + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{١٠}$ ⇐ $ح'_{ر+١} = س^{-٣} \times ح_{ر+١}$

∴ $ح'_{ر+١} = س^{-٣} \times {}^{١٠}ق_ر \times (س)^{١٠-٣ر}$

∴ $\boxed{ح'_{ر+١} = {}^{١٠}ق_ر \times (س)^{٧-٣ر}}$ ⇐ معامل $\frac{١}{س^{٥}}$: ٧ − ٣ر = − ٥ ⇐ ر = ٤

∴ معامل $\frac{١}{س^{٥}}$ = معامل $ح'_٥$ = ${}^{١٠}ق_٤$ = ٢١٠

الحد الخالى من س : ٧ − ٣ ر = ٠ ⇐ ر = $\frac{٧}{٣}$ ∉ ص$^{+}$

∴ لا يوجد حد خالى من س فى هذا المفكوك

<u>السؤال(٥)</u> ∵ ح$_٤$: ح$_٣$ = ٦٧٢ : ١٤٤ ⇐ $\frac{ن - ٢}{٣} \times \frac{أ}{س} = \frac{١٤}{٣}$ بضرب الطرفين×٣س

∴ (ن − ٢)أ = ١٤س ...... (١)

∵ ح$_٣$: ح$_٢$ = ١٤٤ : ١٨ ⇐ $\frac{ن - ١}{٢} \times \frac{أ}{س} = ٨$ بضرب الطرفين×٢س

∴ (ن − ١) أ = ١٦س ...... (٢)

بقسمة (١) ÷ (٢) ⇐ $\frac{ن - ٢}{ن - ١} = \frac{٧}{٨}$

∴ ٨ ن − ١٦ = ٧ ن − ٧ ⇐ ن = ٩

∵ ح$_٢$ = ١٨ ⇐ ${}^{٩}ق_١$ × أ × س^{٨} = ١٨

∴ أ س^{٨} = ٢ ...... (٣) من (٢) أ = ٢س بالتعويض فى (٣)

∴ ٢ س^{٩} = ٢ ⇐ س = ١ ⇐ أ = ٢

<u>السؤال(٦)</u> نلاحظ أن ج$_١$ معامل ح$_٢$ ، ج$_٢$ معامل ح$_٣$ ، ج$_٣$ معامل ح$_٤$ .... و هكذا

∵ ٤ ج$_٤$ + ١١(ج$_٣$ + ج$_٢$) = ٠ بالقسمة ÷ ج$_٣$

٤ × $\frac{\text{معامل ح}_٥}{\text{معامل ح}_٤}$ + ١١ × (١ + $\frac{\text{معامل ح}_٣}{\text{معامل ح}_٤}$) = ٠

٤ × $\frac{١٤ - ٤ + ١}{٤} \times \frac{-١}{أ}$ + ١١ × (١ + $\frac{٣}{١٤ - ٣ + ١} \times \frac{أ}{-١}$) = ٠

− $\frac{١١}{أ}$ + ١١×(١ - $\frac{أ}{٤}$) = ٠ بالضرب × - $\frac{٤أ}{١١}$

∴ $٤ - ٤أ + أ^{٢} = ٠$ ⟸ $(أ - ٢)^{٢} = ٠$ ⟸ $\boxed{أ = ٢}$

السؤال(٧) ∵ $\frac{ح_{٥}}{ح_{٤}} = \frac{-١٦}{١٥}$ ⟸ $\frac{{}^{١٥}ق_{٤}\left(س^{-١}\right)^{٤}(س)^{١١}}{{}^{١٤}ق_{٣}\left(-س^{-٢}\right)^{٣}(س)^{١١}} = \frac{-١٦}{١٥}$

∴ $\frac{-١٥}{٤}س^{٢} = \frac{-١٦}{١٥}$ ⟸ $س^{٢} = \frac{٦٤}{٢٢٥}$ ⟸ $\boxed{س = \pm\frac{٨}{١٥}}$

السؤال(٨) بوضع $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} \geq ١$ ⟸ $\frac{١٠ - ر + ١}{ر} \times \frac{٣}{٢} \geq ١$

∴ $\frac{١١ - ر}{ر} \geq \frac{٢}{٣}$ ⟸ $٣٣ - ٣ر \geq ٢ر$

∴ $٥ر \leq ٣٣$ ⟸ $ر \leq ٦,٦$

∴ $ر = ٦$ ⟸ معامل أكبر حد هو معامل $ح_{٧} = {}^{١٠}ق_{٦} \times ٣^{٦} \times ٢^{٤} = ٢٤٤٩٤٤٠$

السؤال(٩) ∵ $ح_{ر+١} = {}^{٣ن}ق_{ر}\,(س^{-١})^{ر}(س^{٢})^{٣ن - ر}$ ⟸ $\boxed{ح_{ر+١} = {}^{٣ن}ق_{ر} \times س^{٦ن - ٣ر}}$

الحد الخالى من س

$٦ن - ٣ر = ٠$ ⟸ $\boxed{ر = ٢ن}$

∴ الحد الخالى من س $= ح_{٢ن+١}$

الحد الخالى من س $= {}^{٣ن}ق_{٢ن} = {}^{٣ن}ق_{ن}$

∴ الحد الخالى من س = معامل $س^{٣ن}$

معامل $س^{٣ن}$

$٦ن - ٣ر = ٣ن$ ⟸ $\boxed{ر = ن}$

معامل $س^{٣ن}$ = معامل $ح_{ن+١}$

معامل $س^{٣ن} = {}^{٣ن}ق_{ن}$

عندما $ن = ٦$ ⟸ رتبة الحد الأوسط $= \frac{٣ن}{٢} + ١ = \frac{١٨}{٢} + ١ = ١٠$ ، رتبة الحد الخالى من س = ١٣

الحد الخالى من س : معامل الحد الأوسط $= ح_{١٣} : ح_{١٠} = {}^{١٨}ق_{١٢} : {}^{١٨}ق_{٩} = {}^{١٨}ق_{٦} : {}^{١٨}ق_{٩} = ٢١ : ٥٥$

السؤال(١٠) $ح_{ر+١} = {}^{١١}ق_{ر}\left(\frac{١}{أ}س^{-١}\right)^{ر} \times (أس^{٢})^{١١ - ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{١١}ق_{ر}\,(أ^{-١})^{ر} \times (س^{-ر}) \times (أ^{١١ - ر}) \times (س^{٢})^{١١ - ر}$

$\boxed{ح_{ر+١} = {}^{١١}ق_{ر} \times أ^{١١ - ٢ر} \times س^{٢٢ - ٣ر}}$

معامل $س^{٧}$

$٢٢ - ٣ر = ٧$ ⟸ $ر = ٥$

∴ معامل $س^{٧}$ = معامل $ح_{٦}$

∴ معامل $س^{٧} = {}^{١١}ق_{٥} \times أ$

معامل $س^{٤}$

$٢٢ - ٣ر = ٤$ ⟸ $ر = ٦$

معامل $س^{٤}$ = معامل $ح_{٧}$

معامل $س^{٤} = {}^{١١}ق_{٦} \times أ^{-١}$

∵ معامل $س^{٧}$ = معامل $س^{٤}$ ⟸ ${}^{١١}ق_{٥} \times أ = {}^{١١}ق_{٦} \times أ^{-١}$ ⟸ $أ = \frac{١}{أ}$ ⟸ $\boxed{أ = \pm ١}$

السؤال(١١) $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \left(الثانى\right)^{ر} \left(الأول\right)^{ن-ر}$

$ح_{ر+١} = {}^{٦}ق_{ر} \left(س^{-١}\right)^{ر} \left(س^{م}\right)^{٦-ر} \Leftarrow \boxed{ح_{ر+١} = {}^{٦}ق_{ر} \times س^{٦م-مر-ر}}$

$٦م - م\,ر - ر = ٠ \Leftarrow -ر(م+١) = -٦م \Leftarrow ر = \frac{٦م}{م+١}$

حتى يكون لهذا المفكوك حداً خالياً من س يجب أن تكون $ر \in ص^{+}$ و بالتالى يجب أن يكون (م + ١) من قواسم العدد ٦

$\therefore$ م + ١ = ١ أو م + ١ = ٢ أو م + ١ = ٣ أو م + ١ = ٦

م = ٠ ✗ $\boxed{م = ١}$ ✓ $\boxed{م = ٢}$ ✓ $\boxed{م = ٥}$ ✓

السؤال(١٢) $\because ع_{٤}، ع_{٥}، ٢٥ع_{٧}، ع_{٦}$ متناسبة $\Leftarrow \frac{ع_{٦}}{٢٥ع_{٧}} = \frac{ع_{٥}}{ع_{٤}} \Leftarrow \frac{١}{٢٥} \times \frac{ع_{٦}}{ع_{٧}} = \frac{ع_{٥}}{ع_{٤}}$

$$\therefore \frac{١}{٢٥} \times \frac{٦}{٨-٦+١} \times \frac{\sqrt{س}}{\frac{١}{س}} = \frac{٨-٤+١}{٤} \times \frac{\frac{١}{س}}{\sqrt{س}} \Leftarrow \frac{٢}{٢٥} \times س\sqrt{س} = \frac{٥}{٤} \times \frac{١}{س\sqrt{س}}$$

$$\therefore \left(س\sqrt{س}\right)^{٢} = \frac{١٢٥}{٨} \Leftarrow س^{٣} = \frac{١٢٥}{٨} \Leftarrow \boxed{س = \frac{٥}{٢}}$$

السؤال(١٣) $\because ع_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \left(س^{-٢}\right)^{ر} \left(س^{٥}\right)^{ن-ر} \Leftarrow ع_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\, س^{٥ن-٧ر}$

$\therefore ٥ن - ٧ر = ٠ \Leftarrow ر = \frac{٥ن}{٧}$ حتى تكون $ر \in ص^{+}$ يجب أن تكون ن مضاعف للعدد ٧

عندما ن = ٧ $\Leftarrow$ ر = ٥ $\Leftarrow$ الحد الخالى من س هو $ع_{٦} = {}^{٧}ق_{٥} = ٢١$

السؤال(١٤) $\because \sqrt{٣}\,(ع - ١) = ت(ع + ١) \Leftarrow \sqrt{٣}\,ع - \sqrt{٣} = ع\,ت + ت$

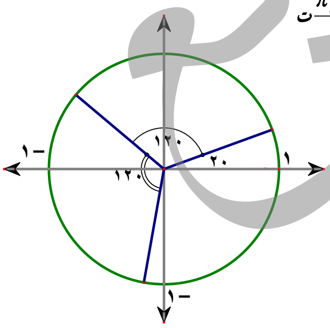
$$\therefore \sqrt{٣}\,ع - ع\,ت = \sqrt{٣} + ت \Leftarrow ع\left(\sqrt{٣} - ت\right) = \sqrt{٣} + ت$$

$$\therefore ع = \frac{\sqrt{٣}+ت}{\sqrt{٣}-ت} \Leftarrow ع = \frac{\sqrt{٣}+ت}{\sqrt{٣}-ت} \times \frac{\sqrt{٣}+ت}{\sqrt{٣}+ت}$$

$$\therefore ع = \sqrt{\ } + ت \Leftarrow |ع| = ١ ،\ \theta = ٦٠° = \frac{\pi}{٣}$$

$$\therefore ع = هـ^{\frac{\pi}{٣}ت} \Leftarrow \sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{\frac{\pi}{٣} + ٢ك\pi}{٣}ت}$$

$$\therefore \begin{cases} ك = ٠ \Leftarrow \sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{\pi}{٩}ت} \\ ك = ١ \Leftarrow \sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{٧\pi}{٩}ت} \\ ك = ٢ \Leftarrow \sqrt[٣]{ع} = هـ^{\frac{١٣\pi}{٩}ت} = هـ^{\frac{-٥\pi}{٩}ت} \end{cases}$$



السؤال(١٥) $\because ع = \frac{١ + \sqrt{٣}ت}{١ + ت} \Leftarrow ع = \frac{٢\left(جتا ٦٠ + ت جا ٦٠\right)}{\sqrt{٢}\left(جتا ٤٥ + ت جا ٤٥\right)}$

$\therefore\ \text{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}15 + \text{ت جا}15\right) \Leftarrow \text{ع}^{6} = \left(\sqrt{2}\right)^{6}\left(\text{جتا}(6\times15) + \text{ت جا}(6\times15)\right)$

$\therefore\ \text{ع}^{6} = 8\left(\text{جتا}90 + \text{ت جا}90\right) \Leftarrow \text{ع}^{6} = 8(0 + \text{ت}\times1) = 8\text{ت}$

السؤال(16) $\because\ (1 - \text{ت})\text{س} + (1 + \text{ت})\text{ص} = 2\text{ت} \Leftarrow \text{س} - \text{ت س} + \text{ص} + \text{ت ص} = 2\text{ت}$

$\therefore\ \text{س} + \text{ص} + (\text{ص} - \text{س})\text{ت} = 2\text{ت} \Leftarrow \left.\begin{matrix}\text{س} + \text{ص} = 0\\ \text{ص} - \text{س} = 2\end{matrix}\right\} \Leftarrow \left.\begin{matrix}\text{س} = -1\\ \text{ص} = 1\end{matrix}\right\}$

$\therefore\ \text{ع} = -1 + \text{ت} \Leftarrow |\text{ع}| = \sqrt{2}\ ،\ \theta = 135^\circ$

$\therefore\ \text{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}135^\circ + \text{ت جا}135^\circ\right) \Leftarrow \text{ع}^{8} = 2^{4}(\text{جتا } 0 + \text{ت جا } 0)$

$\therefore\ \text{ع}^{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{16}\left(\text{جتا}\frac{0 + 360\text{ك}}{3} + \text{ت جا}\frac{0 + 360\text{ك}}{3}\right)$ ثم نضع ك = ٠ ، ك = ١ ، ك = ٢

السؤال(17) $\because\ \text{ع}_1 = 4\left(\text{جا}\frac{5\pi}{6} + \text{ت جتا}\frac{5\pi}{6}\right) \Leftarrow \text{ع}_1 = 4\left(\text{جا}150 + \text{ت جتا}150\right)$

$\therefore\ \text{ع}_1 = 4\left(\text{جتا}(90-150) + \text{ت جا}(90-150)\right) \Leftarrow \boxed{\text{ع}_1 = 4\left(\text{جتا}(-60) + \text{ت جا}(-60)\right)}$

$\because\ \text{ع}_2 = \text{ت} \Leftarrow \boxed{\text{ع}_2 = \text{جتا}90 + \text{ت جا}90}$

$\because\ \text{ع}_3 = 2\text{هـ}^{\frac{5\pi}{6}\text{ت}} \Leftarrow \boxed{\text{ع}_3 = 2\left(\text{جتا}150 + \text{ت جا}150\right)}$

$\because\ \text{ع} = \frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_2 \times \text{ع}_3} \Leftarrow \text{ع} = \frac{4}{2}\left(\text{جتا}(300-90-150) + \text{ت جا}(300-90-150)\right)$

$\therefore\ \text{ع} = 2\left(\text{جتا}60 + \text{ت جا}60\right) \Leftarrow \sqrt{\text{ع}} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}\frac{60 + 360\text{ك}}{2} + \text{ت جا}\frac{60 + 360\text{ك}}{2}\right)$

$\therefore\ \left\{\begin{matrix}\text{ك} = 0 \Leftarrow \sqrt{\text{ع}} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}30 + \text{ت جا}30\right)\\ \text{ك} = 1 \Leftarrow \sqrt{\text{ع}} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}210 + \text{ت جا}210\right) = \sqrt{2}\left(\text{جتا}(-150) + \text{ت جا}(-150)\right)\end{matrix}\right.$

السؤال(18) $\because\ \text{ع} = \sqrt{2}\left(\frac{1 + \text{ت ظا}\frac{\pi}{12}}{1 - \text{ت ظا}\frac{\pi}{12}}\right)$ بضرب كل من البسط و المقام $\times$ جتا$\frac{\pi}{12}$

$\therefore\ \text{ع} = \sqrt{2}\left(\frac{\text{جتا}\frac{\pi}{12} + \text{ت جا}\frac{\pi}{12}}{\text{جتا}\frac{\pi}{12} - \text{ت جا}\frac{\pi}{12}}\right) \Leftarrow \text{ع} = \sqrt{2}\left(\frac{\text{جتا}15 + \text{ت جا}15}{\text{جتا}15 - \text{ت جا}15}\right)$

$\therefore\ \text{ع} = \sqrt{2}\left(\frac{\text{جتا}15 + \text{ت جا}15}{\text{جتا}(-15) + \text{ت جا}(-15)}\right) \Leftarrow \text{ع} = \sqrt{2}\left(\text{جتا}30 + \text{ت جا}30\right)$

$\therefore\ \text{ع}^{4} = 4\left(\text{جتا}120 + \text{ت جا}120\right)$

$\therefore\ \text{ع}^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{4}\left(\text{جتا}\frac{120 + 360\text{ك}}{3} + \text{ت جا}\frac{120 + 360\text{ك}}{3}\right)$ ثم نضع ك = ٠ ، ك = ١ ، ك = ٢

السؤال(19) $\because\ |\text{ع}_1| = 2\ ،\ \theta = -\text{ظا}^{-1}\sqrt{3} = \frac{-\pi}{3} \Leftarrow \text{ع}_1 = 2\text{هـ}^{\frac{-\pi}{3}\text{ت}}$

∵ $\frac{ع_2}{ع_1} = ٤ \times هـ^{\pi ت}$ ⟸ $ع_2 = ٤ \times هـ^{\pi ت} \times ع_1$

∴ $ع_2 = ٤ \times هـ^{\pi ت} \times ٢هـ^{\frac{-\pi}{٣}ت}$ ⟸ $ع_2 = ٨ \times هـ^{\frac{٢\pi}{٣}ت}$

∴ $\sqrt{ع_2} = ٢\sqrt{٢} \times هـ^{\frac{\frac{٢}{٣}\pi + ٢ك\pi}{٢}ت}$ ⟸ $\sqrt{ع_2} = \begin{cases} ٢\sqrt{٢} \times هـ^{\frac{\pi}{٣}ت} \\ ٢\sqrt{٢} \times هـ^{\frac{٤\pi}{٣}ت} = ٢\sqrt{٢} \times هـ^{\frac{-٢\pi}{٣}ت} \end{cases}$

السؤال(٢٠) ∵ $ع_1 = \frac{٦ + ٤ت}{١ + ت} \times \frac{١ - ت}{١ - ت}$ ⟸ $ع_1 = ٥ - ت$

∵ $ع_2 = \frac{٢٦}{٥ + ت} \times \frac{٥ - ت}{٥ - ت}$ ⟸ $ع_2 = ٥ + ت$ ∴ العددان $ع_1$ ، $ع_2$ مترافقان.

∵ $ع = ٤(ع_1 - ع_2)$ ⟸ $ع = ٤(٥ - ت - ٥ - ت)$

∴ $ع = -٨ت$ ⟸ $ع = ٨(جتا(-٩٠) + ت جا(-٩٠))$

∴ $\sqrt[٣]{ع} = ٢\left(جتا\frac{-٩٠ + ٣٦٠ك}{٣} + ت جا\frac{-٩٠ + ٣٦٠ك}{٣}\right)$ ثم نضع ك = ٠ ، ك = ١ ، ك = ٢

السؤال(٢١) ∵ $ع = \frac{١ + \omega}{(١ - ت)^٢} + \frac{١ - \omega}{(١ + ت)^٢}$ ⟸ $ع = \frac{١ + \omega}{-٢ت} + \frac{١ - \omega}{٢ت}$

∴ $ع = \frac{-١ - \omega + ١ - \omega}{٢ت}$ ⟸ $ع = \frac{-٢\omega}{٢ت}$

∴ $ع = \frac{-\omega}{ت} \times \frac{-ت}{-ت}$ ⟸ $ع = \omega ت$

∴ $ع = ت\left(\frac{-١}{٢} + \quad ت\right)$ ⟸ $ع = - \quad + \frac{١}{٢}ت$

∴ $|ع| = ١$ ، سعة $ع = -١٥٠°$ ⟸ $ع = جتا(-١٥٠°) + ت جا(-١٥٠°)$

السؤال(٢٢) نفرض أن $ع = س + تص$ فيكون $\bar{ع} = س - تص$

∵ $ع^٢ - ٢\bar{ع} = ٠$ ⟸ $(س + تص)^٢ - ٢(س - تص) = ٠$

∴ $س^٢ - ص^٢ + ٢سصت - ٢س + ٢تص = ٠$ ⟸ $\underline{س^٢ - ص^٢ - ٢س} + \underline{٢ص(س + ١)}ت = ٠$

∴ $\boxed{س^٢ - ص^٢ - ٢س = ٠}$ .... (١) ، $\boxed{٢ص(س + ١) = ٠}$ .... (٢)

من المعادلة (٢) $\boxed{ص = ٠}$ أو $\boxed{س = ١}$

بالتعويض فى المعادلة (١)

$س^٢ - ٢س = ٠$ ⟸ $س(س - ٢) = ٠$	$١ - ص^٢ + ٢ = ٠$
$\boxed{س = ٠}$ ، $\boxed{س = ٢}$	$ص^٢ = ٣$ ⟸ $\boxed{ص = \pm\sqrt{٣}}$
∴ $\boxed{ع = ٠}$ ، $\boxed{ع = ٢}$	$\boxed{ع = -١ + \sqrt{٣}ت}$ ، $\boxed{ع = -١ - \sqrt{٣}ت}$

∴ م.ح = $\{٠ , ٢ , -١ + \sqrt{٣}ت , -١ - \sqrt{٣}ت\}$

السؤال(٢٣) ∵ ع^٣ + ٢٧ت = ٠ ⇐ ع^٣ = −٢٧ت ⇐ ع^٣ = ٢٧ (جتا(−٩٠) + ت جا(−٩٠))

∴ ع = ∛٢٧ (جتا $\left(\frac{\text{−٩٠+٣٦٠ك}}{\text{٣}}\right)$ + ت جا $\left(\frac{\text{−٩٠+٣٦٠ك}}{\text{٣}}\right)$)

∴ ع = ٣ (جتا(−٣٠+١٢٠ك) + ت جا(−٣٠+١٢٠ك)) ثم نضع ك = ٠ ، ١ ، ٢

السؤال(٢٤) نفرض أن ع = س + ت ص

∴ ع + ت = س + ت ص + ت ⇐ ع + ت = س + (ص + ١) ت

∵ سعة (ع + ت) = $\frac{\pi}{\text{٤}}$ ⇐ $\frac{\text{ص+١}}{\text{س}}$ = ظا$\frac{\pi}{\text{٤}}$ ⇐ $\boxed{\text{س = ص+١}}$ ...(١)

، ع − ٣ = س + ت ص − ٣ ⇐ ع − ٣ = (س − ٣) + ت ص

∵ سعة (ع − ٣) = $\frac{\text{٣}\pi}{\text{٤}}$ ⇐ $\frac{\text{ص}}{\text{س − ٣}}$ = ظا$\frac{\text{٣}\pi}{\text{٤}}$ ⇐ $\boxed{\text{ص = ٣−س}}$ ...(٢)

بحل المعادلتين $\boxed{\text{س = ٢}}$ ، $\boxed{\text{ص = ١}}$ ⇐ ع = ٢ + ت

السؤال(٢٥) ∵ ع١ + ع٢ = جتا٧٥+ت جا٧٥+جتا١٥+ت جا١٥ ⇐ ع١ + ع٢ = (جتا٧٥+جتا١٥) +ت (جا٧٥+جا١٥)

∴ ع١ + ع٢ = (جتا٧٥+جا٧٥) +ت (جا٧٥+جتا٧٥) ⇐ |ع١ + ع٢| = √((جتا٧٥+جا٧٥)^٢ + (جا٧٥+جتا٧٥)^٢)

∴ |ع١ + ع٢| = √(٢(جتا٧٥+جا٧٥)^٢) ⇐ |ع١ + ع٢| = √(٢(جتا^٢٧٥+جا^٢٧٥+٢جا٧٥جتا٧٥))

∴ |ع١ + ع٢| = √(٢(١+جا١٥٠)) ⇐ |ع١ + ع٢| = √(٢(١+جا١٥٠)) = √٣

، ظا θ = $\frac{\text{جا٧٥+جتا٧٥}}{\text{جتا٧٥+جا٧٥}}$ = ١ ⇐ θ = ٤٥° ⇐ ع١ + ع٢ = √٣ (جتا٤٥+ت جا٤٥)

السؤال(٢٦) ∵ ع١ = جتا١١٤° + ت جا٦٦° ⇐ ع١ = جتا١١٤° + ت جا(١٨٠°−١١٤°) = جتا١١٤° + ت جا١١٤°

، ع٢ = جتا٤٢° + ت جا١٣٨° ⇐ ع٢ = جتا٤٢° + ت جا(١٨٠°−٤٢°) = جتا٤٢° + ت جا٤٢°

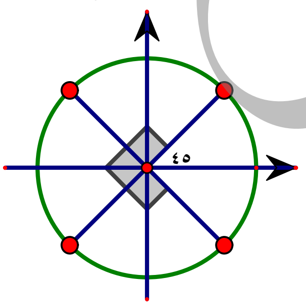
، ع٣ = جا٢٤° + ت جا١١٤° ⇐ ع٣ = جا(٩٠°−٦٦°) + ت جا(١٨٠°−٦٦°) = جتا٦٦° + ت جا٦٦°

∴ ع = جتا(١١٤+٤٢−٦٦) + ت جا(١١٤+٤٢−٦٦) = جتا٩٠ + ت جا٩٠ = ت

السؤال(٢٧) ∵ ع = −١ ⇐ ع = جتا١٨٠ + ت جا١٨٠ ⇐ ∜ع = جتا $\frac{\text{١٨٠+٣٦٠ك}}{\text{٤}}$ + ت جا $\frac{\text{١٨٠+٣٦٠ك}}{\text{٤}}$

∴ ∜ع = جتا(٤٥+٩٠ك) + ت جا(٤٥+٩٠ك) =

- جتا٤٥ + ت جا٤٥
- جتا١٣٥ + ت جا١٣٥
- جتا(−١٣٥) + ت جا(−١٣٥)
- جتا(−٤٥) + ت جا(−٤٥)



السؤال(٢٨) ∵ $\frac{\text{٧−١١ت}}{\text{٤ + ت}}$ = أ + ب ت ⇐ $\frac{\text{٧−١١ت}}{\text{٤ + ت}}$ × $\frac{\text{٤ − ت}}{\text{٤ − ت}}$ = أ + ب ت ⇐ ١−٣ت = أ + ب ت

∴ $\sqrt{-ب} + أت = \sqrt{3} + ت \Leftarrow \sqrt{-ب} + أت = 2(جتا 30 + ت جا 30) \Leftarrow (\sqrt{-ب} + أت)^3 = 8(جتا 90 + ت جا 90)$

∴ $(\sqrt{-ب} + أت)^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}\left(جتا \frac{90 + 360ك}{2} + ت جا \frac{90 + 360ك}{2}\right) = \begin{cases} 2\sqrt{2}(جتا 45 + ت جا 45) \\ 2\sqrt{2}(جتا(-135) + ت جا(-135)) \end{cases}$

السؤال(29) ① الطرف الأيمن $= \frac{5+2\omega}{2+3\omega} + \frac{5+2\omega^2}{2+3\omega^2} = \frac{(2+3\omega^2)(5+2\omega) + (2+3\omega)(5+2\omega^2)}{(2+3\omega)(2+3\omega^2)}$

$= \frac{10 + 15\omega^2 + 4\omega + 6\omega^3 + 10 + 15\omega + 4\omega^2 + 6\omega^3}{4 + 6\omega^2 + 6\omega + 9\omega^3}$

$= \frac{20 + 19\omega^2 + 19\omega + 12\omega^3}{4 + 6\omega^2 + 6\omega + 9} = \frac{20 - 19 + 12}{4 - 6 + 9} = \frac{13}{7}$

② الطرف الأيمن $= \left(5 - \frac{5}{1+\omega^2} + \frac{3}{\omega^2}\right)^6 = \left(5 - \frac{5}{-\omega} + \frac{3}{\omega^2}\right)^6 = (5 + 5\omega^2 + 3\omega)^6$

$= (-5\omega + 3\omega)^6 = (-2\omega)^6 = (-2)^6 \times \omega^6 = 64 \times 1 = 64$

السؤال(30) ① الطرف الأيمن $= \frac{س + ص\omega}{س\omega^2 + ص} + \frac{ع\omega^2 + ل}{ع + ل\omega} = \frac{س\omega^3 + ص\omega}{س\omega^2 + ص} + \frac{ع\omega^2 + ل\omega^3}{ع + ل\omega}$

$= \frac{\omega\cancel{(س\omega^2 + ص)}}{\cancel{س\omega^2 + ص}} + \frac{\omega^2\cancel{(ع + ل\omega)}}{\cancel{ع + ل\omega}} = \omega + \omega^2 = -1$

② الطرف الأيمن $= \left(\frac{\omega}{1+2\omega}\right)^2 + \left(\frac{\omega^2}{1+2\omega}\right)^2 = \frac{\omega^2}{(1+2\omega)^2} + \frac{\omega^4}{(1+2\omega)^2}$

$= \frac{\omega^2 + \omega^4}{(1+\omega+\omega)^2} = \frac{\omega^2 + \omega}{(-\omega^2+\omega)^2} = \frac{-1}{(\pm\sqrt{3}ت)^2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

السؤال(31) المحدد $= \begin{vmatrix} 1 & أ & أ \\ 1 & ب & أ \\ 1 & جـ & -ب \end{vmatrix}$ $\quad ع_2' = ع_2 - أع_1 \text{ ، } ع_3' = ع_3 - أع_1$

المحدد $= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & ب - أ & 0 \\ 1 & جـ - أ & -ب - أ \end{vmatrix} = (ب - أ)(-أ - ب) = (أ - ب)(أ + ب)$

السؤال(32) المحدد $= \begin{vmatrix} (أ+ب)^2 & أب & أ^2 + ب^2 \\ (جـ+ء)^2 & جـء & جـ^2 + ء^2 \\ (ن+هـ)^2 & نهـ & ن^2 + هـ^2 \end{vmatrix}$ $\quad ع_1' = ع_1 - ع_3 \Leftarrow$ المحدد $= \begin{vmatrix} 2أب & أب & أ^2 + ب^2 \\ 2جـء & جـء & جـ^2 + ء^2 \\ 2نهـ & نهـ & ن^2 + هـ^2 \end{vmatrix}$ بأخذ 2 من $ع_1$

المحدد $= ٢ \begin{vmatrix} \text{اب} & \text{اب} & \text{أ}^٢+\text{ب}^٢ \\ \text{جء} & \text{جء} & \text{ج}^٢+\text{ء}^٢ \\ \text{نهـ} & \text{نهـ} & \text{ن}^٢+\text{هـ}^٢ \end{vmatrix} =$ صفر   لأن $\text{ع}_١ = \text{ع}_٢$

السؤال(٣٣) المحدد $= \begin{vmatrix} ١ & \text{ت} & \omega \\ \omega\text{ت} & -\omega & ٠ \\ \omega^٢\text{ت} & -\omega^٢ & \omega \end{vmatrix}$ ، $\text{ت}^٢ = -١ \Leftarrow$ المحدد $= \begin{vmatrix} ١ & \text{ت} & \omega \\ \omega\text{ت} & \text{ت}^٢\omega & ٠ \\ \omega^٢\text{ت} & \text{ت}^٢\omega^٢ & \omega \end{vmatrix}$ بأخذ ت عامل مشترك من $\text{ع}_٢$

المحدد $= \text{ت} \begin{vmatrix} ١ & ١ & \omega \\ \omega\text{ت} & \omega\text{ت} & ٠ \\ \omega^٢\text{ت} & \omega^٢\text{ت} & \omega \end{vmatrix} = \text{ت} \times ٠ =$ صفر   لأن $\text{ع}_١ = \text{ع}_٢$

السؤال(٣٤) ∵ س أحد عوامل المحدد ∴ المحدد = ٠ عندما س = ٠

∴ $\begin{vmatrix} ٤ & ٣ & ٢\text{ك} \\ ١ & \text{ك} & ٠ \\ ٣ & ٢ & ٢\text{ك} \end{vmatrix} = ٠$ بتبديل $\text{ص}_١$ ، $\text{ص}_٢$ $\Leftarrow - \begin{vmatrix} ١ & \text{ك} & ٠ \\ ٤ & ٣ & ٢\text{ك} \\ ٣ & ٢ & ٢\text{ك} \end{vmatrix} = ٠$ $\text{ص}'_٢ = \text{ص}_٢ - ٤\text{ص}_١$ ، $\text{ص}'_٣ = \text{ص}_٣ - ٣\text{ص}_١$

∴ $- \begin{vmatrix} ١ & \text{ك} & ٠ \\ ٠ & ٣-٤\text{ك} & ٢\text{ك} \\ ٠ & ٢-٣\text{ك} & ٢\text{ك} \end{vmatrix} = ٠$ $\text{ص}'_٣ = \text{ص}_٣ - \text{ص}_٢$ $\Leftarrow - \begin{vmatrix} ١ & \text{ك} & ٠ \\ ٠ & ٣-٤\text{ك} & ٢\text{ك} \\ ٠ & \text{ك}-١ & ٠ \end{vmatrix} = ٠$ بتبديل $\text{ع}_٢$ ، $\text{ع}_٣$

∴ $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & \text{ك} \\ ٠ & ٢\text{ك} & ٣-٤\text{ك} \\ ٠ & ٠ & \text{ك}-١ \end{vmatrix} = ٠ \Leftarrow ٢\text{ك}(\text{ك}-١) = ٠ \Leftarrow$ ك = ٠ أو ك = ١

السؤال(٣٥) ∵ $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{س} & \text{ص}+٢ & \text{ع} \\ \text{س}+٢ & \text{ص} & \text{ع}+٢ \end{vmatrix} = -٤ \Leftarrow \begin{vmatrix} \text{س}+\text{ص}+\text{ع}+٢ & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{س}+\text{ص}+\text{ع}+٢ & \text{ص}+٢ & \text{ع} \\ \text{س}+\text{ص}+\text{ع}+٢ & \text{ص} & \text{ع}+٢ \end{vmatrix} = -٤$

∴ $\begin{vmatrix} \text{س}+\text{ص}+\text{ع}+٢ & \text{ص} & \text{ع} \\ ٠ & ٢ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٢ \end{vmatrix} = -٤ \Leftarrow ٤(\text{س}+\text{ص}+\text{ع}+٢) = -٤$

∴ $\text{س}+\text{ص}+\text{ع}+٢ = -١ \Leftarrow \boxed{\text{س}+\text{ص}+\text{ع} = -٣}$

السؤال(٣٦) ∵المحدد $= \begin{vmatrix} ٣\text{س} & ٣\text{س} & ٣\text{س} \\ ١ & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{أ}+\text{ب} & \text{أ}+١ & \text{ب}+١ \end{vmatrix}$ $\text{ص}'_٣ = \text{ص}_٣ + \text{ص}_٢ \Leftarrow$ المحدد $= \begin{vmatrix} ٣\text{س} & ٣\text{س} & ٣\text{س} \\ ١ & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{أ}+\text{ب}+١ & \text{أ}+\text{ب}+١ & \text{أ}+\text{ب}+١ \end{vmatrix}$

∴ المحدد = ٣س (أ + ب + ١) $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{١} & \text{١} \\ \text{١} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{١} & \text{١} & \text{١} \end{vmatrix}$ ⟸ المحدد = صفر لأن $\text{ص}_1 = \text{ص}_3$

السؤال(٣٧) ∵ $\begin{vmatrix} \text{١} & -\text{س} & \text{٠} \\ \text{س} & \text{١} & \text{س} \\ \text{١} & -\text{١} & \text{س}+\text{١} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س}^{\text{٢}} & \text{١} \\ -\text{س} & \text{س} \end{vmatrix}$ فى الطرف الأيمن $\text{ع}_2^{/} = \text{ع}_2 + \text{س}\text{ع}_1$ ، فى الطرف الأيسر $\text{ع}_1^{/} = \text{ع}_1 + \text{ع}_2$

∴ $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{٠} & \text{٠} \\ \text{س} & \text{س}^{\text{٢}}+\text{١} & \text{س} \\ \text{١} & \text{س}-\text{١} & \text{س}+\text{١} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س}^{\text{٢}}+\text{١} & \text{١} \\ \text{٠} & \text{س} \end{vmatrix}$ فى الطرف الأيمن $\text{ع}_2^{/} = \text{ع}_2 - \text{س}\text{ع}_3$

∴ $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{٠} & \text{٠} \\ \text{س} & \text{١} & \text{س} \\ \text{١} & -\text{س}^{\text{٢}}-\text{١} & \text{س}+\text{١} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س}^{\text{٢}}+\text{١} & \text{١} \\ \text{٠} & \text{س} \end{vmatrix}$ فى الطرف الأيمن $\text{ع}_3^{/} = \text{ع}_3 - \text{س}\text{ع}_2$

∴ $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{٠} & \text{٠} \\ \text{س} & \text{١} & \text{٠} \\ \text{١} & -\text{س}^{\text{٢}}-\text{١} & \text{س}^{\text{٣}}+\text{٢س}+\text{١} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{س}^{\text{٢}}+\text{١} & \text{١} \\ \text{٠} & \text{س} \end{vmatrix}$ ⟸ $\text{س}^{\text{٣}} + \text{٢س} + \text{١} = \text{س}^{\text{٣}} + \text{س}$ ⟸ $\boxed{\text{س} = -\text{١}}$

السؤال(٣٨) ∵ الطرف الأيسر = (أ + ب) $\begin{vmatrix} \text{ب} & \text{ب} & \text{١} \\ \text{أ} & \text{ب}^{\text{٢}} & \text{ب} \\ \text{١} & \text{جـ}^{\text{٢}} & \text{جـ} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{أ}+\text{ب} & \text{أب}+\text{ب}^{\text{٢}} & \text{أ}+\text{ب} \\ \text{أ} & \text{ب}^{\text{٢}} & \text{ب} \\ \text{١} & \text{جـ}^{\text{٢}} & \text{جـ} \end{vmatrix}$ $\text{ص}_1^{/} = \text{ص}_1 - \text{ص}_2$

∴ الطرف الأيسر = $\begin{vmatrix} \text{ب} & \text{أب} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{ب}^{\text{٢}} & \text{ب} \\ \text{١} & \text{جـ}^{\text{٢}} & \text{جـ} \end{vmatrix}$ بأخذ جـ عامل مشترك من ص_3

∴ الطرف الأيسر = جـ $\begin{vmatrix} \text{ب} & \text{أب} & \text{أ} \\ \text{أ} & \text{ب}^{\text{٢}} & \text{ب} \\ \frac{\text{١}}{\text{جـ}} & \text{جـ} & \text{١} \end{vmatrix}$ بضرب جـ × ع_1 ⟸ الطرف الأيسر = $\begin{vmatrix} \text{بجـ} & \text{أب} & \text{أ} \\ \text{أجـ} & \text{ب}^{\text{٢}} & \text{ب} \\ \text{١} & \text{جـ} & \text{١} \end{vmatrix}$

السؤال(٣٩) ∵ الطرف الأيمن = $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{ب} & \text{أ}+\text{ب} & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} \\ \text{ب} & \text{أ} & \text{جـ} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{٠} \\ \text{ب} & \text{أ}+\text{ب} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} & \text{أ}+\text{ب} \end{vmatrix}$ بتبديل صفوف و أعمدة المحدد الأول

∴ الطرف الأيمن = $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{ب} \\ \text{ب} & \text{أ}+\text{ب} & \text{أ} \\ \text{جـ} & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} & \text{جـ} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{٠} \\ \text{ب} & \text{أ}+\text{ب} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{أ}+\text{ب}+\text{جـ} & \text{أ}+\text{ب} \end{vmatrix}$ بجمع المحددين و ذلك بجمع عناصر ع_3

$$\therefore \text{الطرف الأيمن} = \begin{vmatrix} \text{ا} & \text{ب} & \text{ب} \\ \text{ب} & \text{ا}+\text{ب} & \text{ا}+\text{ب} \\ \text{ج} & \text{ا}+\text{ب}+\text{ج} & \text{ا}+\text{ب}+\text{ج} \end{vmatrix} = \text{صفر} \qquad \text{لأن } ع_2 = ع_3$$

السؤال(٤٠) $\because$ المحدد $= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1+ص & 1 & 1 \\ 1 & 1+ص & 1 \end{vmatrix} \qquad ص_1' = ص_1 - ص_2$

$$\therefore \text{المحدد} = \begin{vmatrix} -ص & 0 & 0 \\ 1+ص & 1 & 1 \\ 1 & 1+ص & 1 \end{vmatrix} \quad ص_2' = ص_2 - ص_3 \quad \Leftarrow \quad \text{المحدد} = \begin{vmatrix} -ص & 0 & 0 \\ 1 & -ص & 0 \\ 1 & 1+ص & 1 \end{vmatrix} = ص^2$$

السؤال(٤١) نوجد المعكوس الضربي لمصفوفة المعاملات : $\text{ا} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$|\text{ا}| = \begin{vmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -10 \quad ، \quad \text{مصفوفة العوامل المرافقة للمصفوفة ا} = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 2 \\ -5 & 5 & 0 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{ا}^{\text{مل}} = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ -6 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \quad \Leftarrow \quad \text{ا}^{-1} = \frac{1}{-10}\begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ -6 & 5 & -3 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\text{ا}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{10} \\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{2} & \frac{3}{10} \\ \frac{-1}{5} & 0 & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \quad \Leftarrow \quad س = \begin{pmatrix} \frac{-1}{5} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{10} \\ \frac{3}{5} & \frac{-1}{2} & \frac{3}{10} \\ \frac{-1}{5} & 0 & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$س = 10$ ، $ص = 4$ ، $ع = -1$

السؤال(٤٢) $\because \quad |\text{ا}| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ ك & 4 & 10 \\ 1 & 7 & 17 \end{vmatrix} \quad \Leftarrow \quad |\text{ا}| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ ك-30 & -6 & 10 \\ -50 & -10 & 17 \end{vmatrix}$

$$\therefore |\text{ا}| = \begin{vmatrix} ك-30 & -6 \\ -50 & -10 \end{vmatrix} \quad \Leftarrow \quad |\text{ا}| = -10(ك-30) - 300$$

$\therefore \; |\text{ا}| = -10ك$

$\therefore$ إذا كانت $ك \neq 0 \quad \Leftarrow \quad |\text{ا}| \neq 0 \quad \Leftarrow \quad ر(\text{ا}) = 3$

، إذا كانت ك=٠ $\Leftarrow$ $|أ| = \begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ١٠ & -٦ & -٣٠ \\ ١٧ & -١٠ & -٥٠ \end{vmatrix} = ٠$

، $\begin{vmatrix} ١٠ & -٦ \\ ١٧ & -١٠ \end{vmatrix} \neq ٠$ $\Leftarrow$ ر(أ) = ٢ ∴ أقل رتبة ممكنة لـ أ عندما ك=٠

السؤال(٤٣) مصفوفة المعاملات أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ & ٢ \\ -٢ & ٤ & ٧ \\ ١٥ & ٩ & ٦ \end{pmatrix}$ مصفوفة مربعة من النظم ٣ × ٣

∵ $|أ| = \begin{vmatrix} ٥ & ٣ & ٢ \\ -٢ & ٤ & ٧ \\ ١٥ & ٩ & ٦ \end{vmatrix} = ٣ \times \begin{vmatrix} ٥ & ٣ & ٢ \\ -٢ & ٤ & ٧ \\ ٥ & ٣ & ٢ \end{vmatrix}$ = صفر "بأخذ ٣ عامل مشترك من $ص_٣$" ، " $ص_١ = ص_٣$"

∴ ر(أ) < ٣ أى أن ر(أ) < عدد المجاهيل $\Leftarrow$ النظام له مجموعة غير منتهيه من الحلول.

∵ ٢س + ٣ص + ٥ع = ٠ ...(١)
٧س + ٤ص − ٢ع = ٠ ...(٢)
٦س + ٩ص + ١٥ع = ٠ ...(٣)

من المعادلة (١) ٢س + ٣ص + ٥ع = ٠ $\Leftarrow$ س = $-\frac{٣}{٢}$ص $-\frac{٥}{٢}$ع ... (٤)

بالتعويض فى المعادلة (٢)

∴ ٧($-\frac{٣}{٢}$ص $-\frac{٥}{٢}$ع) + ٤ص − ٢ع = ٠ $\Leftarrow$ $-\frac{١٣}{٢}$ص $-\frac{٣٩}{٢}$ع = ٠

∴ $\frac{١٣}{٢}$ص = $-\frac{٣٩}{٢}$ع $\Leftarrow$ $\boxed{ص = -٣ع}$ بالتعويض فى (٤)

∴ س = $-\frac{٣}{٢} \times$ (−٣ع) $-\frac{٥}{٢}$ع $\Leftarrow$ $\boxed{س = -٧ع}$

∴ مجموعة الحل = {(−٧ع ، −٣ع، ع) : ع ∈ ح} و هذه المجموعة تمثل خط مستقيم فى الفراغ.
