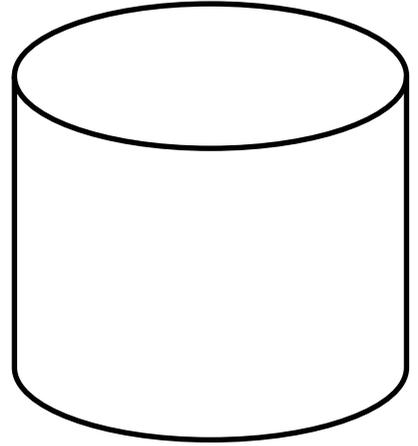
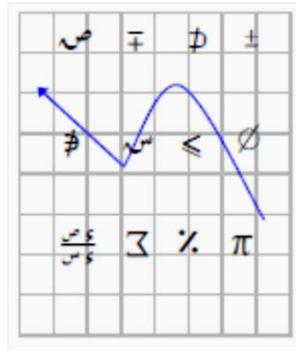
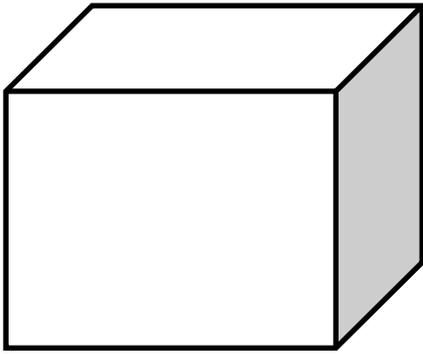


الحمد لله

المراجعة النهائية في الإستاتيكا
للصف الثالث الثانوي

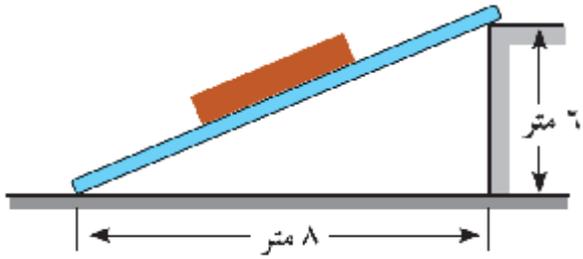


معلم الرياضيات

م.أ.أ / محمد ربيع عبد الوهاب

01120464879

إخترا الإجابة الصحيحة:



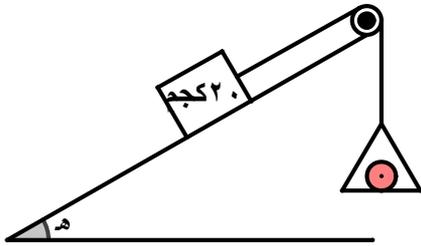
(١) فى الشكل المقابل : إذا كان الجسم على وشك الإنزلاق إلى أسفل

المستوى فيكون قياس زاوية الإحتكاك السكونى يساوى:

- (أ) $36,87^\circ$ (ب) $41,41^\circ$
(ج) $48,59^\circ$ (د) $53,13^\circ$

(٢) إذا كانت θ هى قياس الزاوية بين قوة الإحتكاك النهائى و رد الفعل المحصل فإن معامل الإحتكاك السكونى يساوى

- (أ) θ (ب) $\frac{1}{\theta}$ (ج) $\tan \theta$ (د) $\cot \theta$

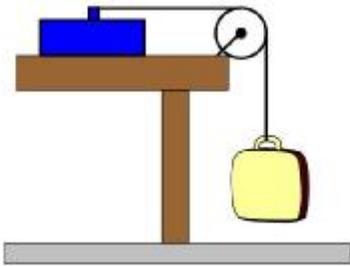


(٣) فى الشكل المجاور إذا كان $\frac{4}{3} = \mu$ و كتلة كفة الميزان تساوى ٧ جم و كتلة الجسم

على المستوى تساوى ٢٠ جم. و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى

يساوى $\frac{1}{3}$ فإن الثقل الذى يوضع فى الكفة حتى تنعدم قوة الإحتكاك = ث.جم

- (أ) ٩ (ب) ١٠
(ج) ١١ (د) ١٢



(٤) فى الشكل المقابل : صندوق كتلته ٢.٨ كجم موضوع على نضد أفقى خشن و مربوط

فى أحد طرفى خيط يمر على بكرة صغيرة ملساء و فى الطرف الأخر للخيط حقيبة كتلته

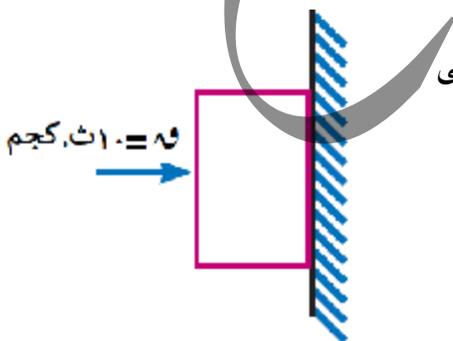
١.٤ كجم. فإذا كان الصندوق على وشك الحركة فإن معامل الإحتكاك السكونى بين

الصندوق و النضد يساوى

- (أ) ٠,٥ (ب) ٠,٦ (ج) ٢ (د) ١

(٥) معامل الاحتكاك يتوقف على

- (أ) شكل الجسمين. (ب) مساحة سطح التلامس. (ج) طبيعة مادة الجسمين. (د) كل ماسق



(٦) فى الشكل المجاور : إذا كانت أقل قوة أفقية تلزم لحفظ الجسم متزاناً على الحائط هى

١٠ ث.كجم و كان معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و الحائط يساوى ٠,٢

فإن وزن الجسم يساوى ث.كجم.

- (أ) ٢ (ب) ٢٠
(ج) ٥٠ (د) ١٠٠

(٧) إذا كان $\|\vec{F}\| = 5\sqrt{2}$ نيوتن و تعمل في \vec{P} حيث $\vec{P} = (3, 4)$ ، $\vec{B} = (6, 4)$ فإن متجه عزم \vec{F} بالنسبة لنقطة الأصل =

- (أ) $\vec{E} - 4$ (ب) $4 - \vec{E}$ (ج) $\vec{E} - 2\sqrt{6}$ (د) $2\sqrt{6} - \vec{E}$

(٨) إذا كانت \vec{B} منتصف \vec{P} ، $\vec{C} = \vec{B}$ ، $\vec{A} = \vec{C}$ ، $\vec{E} = 12$ فإن $\vec{E} = \dots$

- (أ) 12 (ب) $\vec{E} - 12$ (ج) 12- (د) $12 - \vec{E}$

(٩) إذا كانت النقط \vec{P} ، \vec{B} ، \vec{C} على إستقامة واحدة في مستوى مجموعة من القوى وكان $\vec{C} = 20$ ، $\vec{B} = 10$ ، $\vec{A} = 10$ فإن $\vec{E} = \dots$

- (أ) مجموعة القوى متزنة. (ب) خط عمل محصلة مجموعة القوى تنصف \vec{P} (ج) خط عمل محصلة مجموعة القوى يوازي \vec{P} (د) خط عمل المحصلة يقسم \vec{P} من الداخل بنسبة ١:٢

(١٠) إذا كانت $\vec{F} = 3\vec{S} + 4\vec{V}$ و كان متجه عزمها حول نقطة الأصل يساوى $12\vec{E}$ فإن معادلة خط عمل القوة \vec{F} هي

- (أ) $4\vec{S} + 3\vec{V} = 12$ (ب) $4\vec{S} - 3\vec{V} = 12$ (ج) $4\vec{S} - 3\vec{V} = 6$ (د) $4\vec{S} - 3\vec{V} = 0$

(١١) إذا كانت القوة $\vec{F} = 3\vec{S} + 4\vec{V}$ تؤثر في النقطة $\vec{P}(1, 0, -1)$ و كان عزم القوة \vec{F} بالنسبة للنقطة $\vec{B}(2, -1, 3)$ يساوى $8\vec{V} - 4\vec{S}$ فإن $\vec{L} = \dots$

- (أ) 2 (ب) -2 (ج) صفر (د) -8

(١٢) إذا أثرت القوة $\vec{F} = 3\vec{S} + 2\vec{V} - 3\vec{E}$ في النقطة $\vec{P}(2, -1, 3)$ فإن طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل \vec{F} يساوى وحدة طول

- (أ) $\frac{14}{115}$ (ب) $\sqrt{\frac{115}{14}}$ (ج) $\sqrt{\frac{14}{115}}$ (د) $\frac{115}{14}$

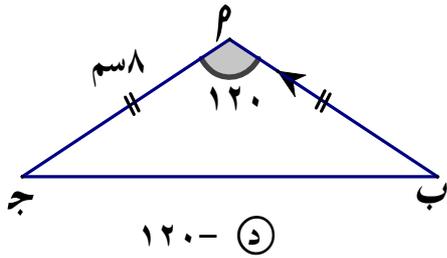
(١٣) إذا كانت أكبر قوة يمكن أن تؤثر على جسم موضوع على مستوى و تحفظه متزاناً تساوى ٦٠ نيوتن و كان معامل الإحتكاك السكوني بين الجسم و المستوى يساوى ٠,٣ فإن رد الفعل العمودى يساوى نيوتن

- (أ) ٢٠٠ (ب) ١٨ (ج) ٦٠,٣ (د) ٥٩,٧

الصف الثالث الثانوى

مراجعة إستاتيكا

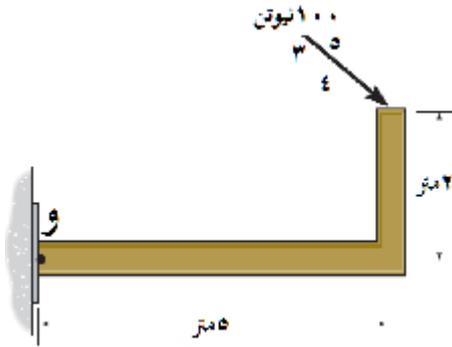
(١٤) فى الشكل المقابل :



٢ ب ج مثلث فيه $P = B = C = 8 \text{ سم}$ ، $\theta = 120^\circ$ إذا أثرت القوة $3\sqrt{10}$ نيوتن فى \vec{P} فإن القياس الجبرى لعزم هذه القوة حول النقطة ج يساوى نيوتن.سم.

- ١٢٠ - (د) ١٢٠ (ج) $3\sqrt{10}$ - (ب) $3\sqrt{10}$ (أ)

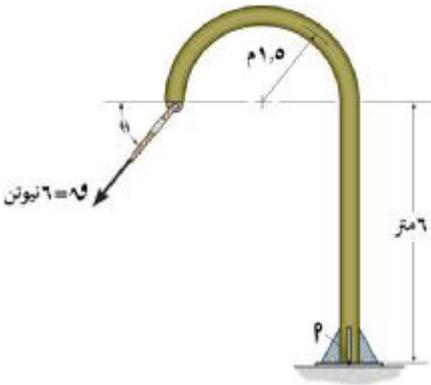
(١٥) فى الشكل المجاور القياس الجبرى لعزم القوة 100 نيوتن



حول نقطة "و" يساوى

- ٤٦٠ - (ب) ٤٦٠ (أ)
١٤٠ - (د) ١٤٠ (ج)

(١٦) فى الشكل المجاور:

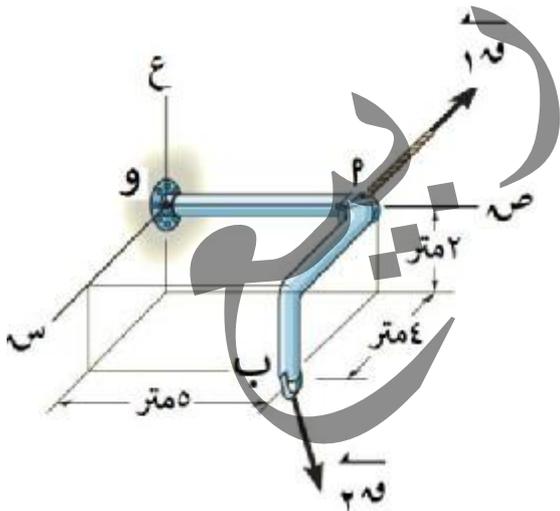


إذا كانت $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ فإن القيمة العظمى

لمعيار عزم القوة θ حول نقطة P يساوى نيوتن.م.

- ٣٦ (ب) $5\sqrt{18}$ (أ)
 $5\sqrt{36}$ (د) ١٨ (ج)

(١٧) فى الشكل المجاور:



إذا كانت $\vec{F} = -3\vec{s} + 2\vec{v} + \vec{e}$ ،

$$\vec{F} = \vec{e} - 2\vec{v} + \vec{s} = \vec{F}$$

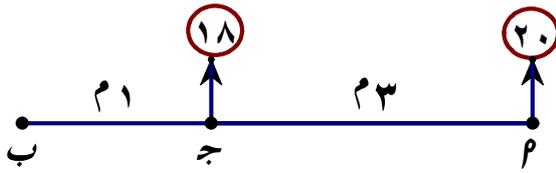
فإن متجه عزم محصلة \vec{F} ، \vec{F} حول النقطة " و " يساوى

- (أ) $\vec{s} - 2\vec{v} - 3\vec{e}$
(ب) $\vec{s} - 3\vec{v} + \vec{e}$
(ج) $\vec{s} - 2\vec{v} + 3\vec{e}$
(د) $\vec{s} + 2\vec{v} + 3\vec{e}$

مراجعة إستاتيكا

الصف الثالث الثانوى

(٢٣) فى الشكل المجاور:

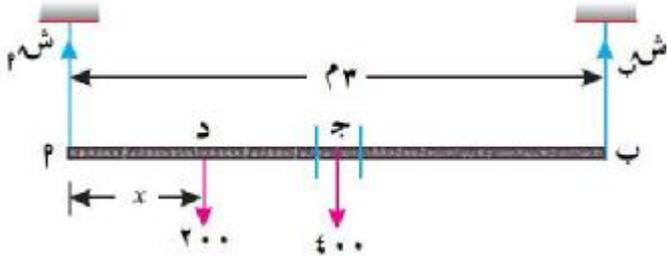


إذا كانت محصلة ثلاثة قوى تؤثر فى قضيب P مهمل الوزن تساوى ١٣ ث. كجم و تؤثر فى نقطة على القضيب تبعد عن

الطرف B ٣م جهة اليمين و لأعلى فإن نقطة تأثير القوة الثالثة تبعد عن P مسافة

- (أ) ١,٦٤ (ب) ٣,٩٢ (ج) ٢,٣٦ (د) ٠,٠٨

(٢٤) فى الشكل المقابل:



P قضيب منتظم طوله ٢م، وزنه ٤٠٠ نيوتن معلق أفقياً من طرفيه بجبلين رأسيين لا يتحمل أى منهما شداً أكثر من

٣٥٠ نيوتن. علق من النقطة د ثقل قدره ٢٠٠ نيوتن

حيث P د = س فإذا كان أحد الخيطين على وشك أن يقطع فإن س =

- (أ) ٧٥ (ب) ٠,٧٥ (ج) ٢ (د) ٤

(٢٥) P قضيب منتظم طوله ٢م و وزنه ١٠٠ نيوتن علق من طرفيه P، ب ثقلان ٦٠، ٨٠ نيوتن على الترتيب

كما بالشكل. فإذا أترن القضيب أفقياً بإرتكازه على حامل عند نقطة د حيث د = س فإن س =

..... = س فإن س =

- (أ) ٢,٧٥ (ب) ٣,٢٥ (ج) ٢ (د) ٤

(٢٦) إذا كان الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم فى حالة إتران فإن ٩ =

(أ) ١٦ نيوتن (ب) ١٤ نيوتن

(ج) ١٨ نيوتن (د) ٣٢ نيوتن

(٢٧) قوتان تكونان ازدواج، مقدار احدهما ٧٠ نيوتن وعزم الازدواج المحصل منهما ٣٥٠ نيوتن.م فإن البعد العمودى

بينهما يساوى سم.

- (أ) ٥٠ (ب) ٥ (ج) ٥٠٠ (د) ٢٤٥

(٢٨) إذا اترنت مجموعة من القوى المستوية فإن مجموع عزومها حول أى نقطة فى المستوى يساوى

- (أ) ثابت غير صفرى (ب) صفر (ج) محصلة هذه القوى (د) الواحد الصحيح

(٢٩) مركز ثقل جسمين ماديين كتلة كل منهما ٣ ، ٦ نيوتن و المسافة بينهما ١٥ سم يبعد عن الجسم ٣ نيوتن مسافة

(د) ٧ سم

(ج) ١٠ سم

(ب) ٧.٥ سم

(أ) ٥ سم

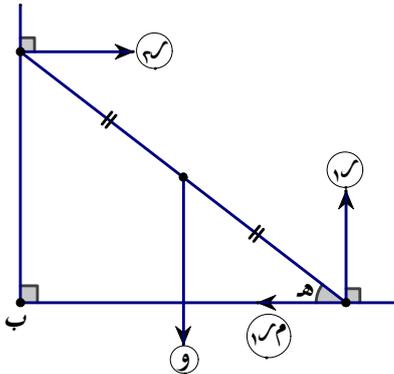
(٣٠) يؤثر على الجسم ازدواجان، الأول مقدار احدى قوتييه ٢٠ ث. كجم وذراع العزم ٢ متر في اتجاه دوران عقارب الساعة والثانى مقدار احدى قوتييه ٣٠ ث. كجم وذراع العزم ١ متر واتجاه دورانه في اتجاه دوران عقارب الساعة فإن الازدواج المحصل يساوى

(أ) ٢٠ ث. كجم. م واتجاه دورانه في اتجاه دوران عقارب الساعة.

(ب) ٢٠ ث. كجم. م واتجاه دورانه في عكس اتجاه دوران عقارب الساعة

(ج) ١٠ ث. كجم. م واتجاه دورانه في اتجاه دوران عقارب الساعة.

(د) ١٠ ث. كجم. م واتجاه دورانه في اتجاه عكس دوران عقارب الساعة.



(٣١) فى الشكل المقابل : إذا كانت ل هى زاوية الإحتكاك بين الأرض و القضيب فإن ظاه • طال =

(ب) $\frac{1}{4}$

(أ) ٢

(د) ٣

(ج) ١

(٣٢) تؤثر الكتلة ٥ كجم فى النقطة (٢ ، ١) و تؤثر الكتلة ٧ كجم فى النقطة (١ ، ٢) فإن مركز ثقل الكتلتين يؤثر فى

(د) $(\frac{1}{4}, \frac{19}{12})$

(ج) (١٣ ، ١٩)

(ب) $(\frac{3}{4}, \frac{17}{12})$

(أ) (٩ ، ١٧)

(٣٣) الشكل المقابل يمثل قضيب منتظم يرتكز على حامل عند منتصفه وضع عليه جسم كما بالشكل فإن القوة التى لا تحدث توازن للقضيب هى



(أ) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بعد ٢٠ سم يمين منتصف القضيب.

(ب) قوة مقدارها ١٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بعد ٢٠ سم يمين منتصف القضيب.

(ج) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأسفل تؤثر على بعد ٥ سم يمين منتصف القضيب.

(د) قوة مقدارها ٣٠ نيوتن لأعلى تؤثر على بعد ٥ سم يمين منتصف القضيب.

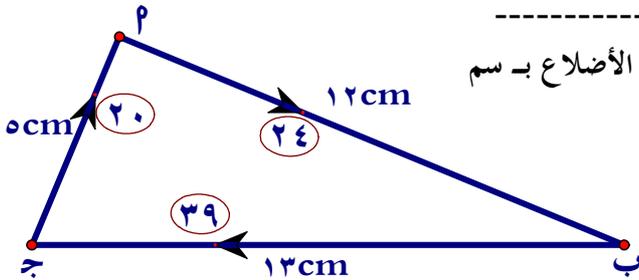
(٢٤) إذا كانت القوتان $\vec{P} = 5\vec{s} + 2\vec{v} + 3\vec{e}$ ، $\vec{Q} = \vec{s} - 2\vec{v} + \vec{e}$ ، تكونان إزدوجاً
فإن $P + Q = \dots\dots\dots$

١٧ (د)

١ (ج)

صفر (ب)

١- (أ)



(٢٥) فى الشكل المقابل : إذا كانت مقادير القوى بالنيوتن و أطوال الأضلاع بـ سم

فإن القياس الجبرى مجموع عزوم القوى حول P =

١٨٠- (ب)

١٨٠ (أ)

٢٤٠- (د)

١٢٠- (ج)

(٢٦) إذا كونت مجموعة من القوى إزدوجاً و كانت P ، B ، J ثلاث نقاط فى مستوى هذه القوى و كان $\vec{E}_P + \vec{E}_B = \vec{E}_J$

فإن $\vec{E}_J = \dots\dots\dots$

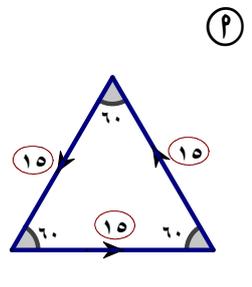
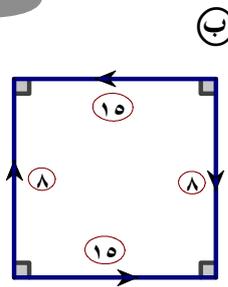
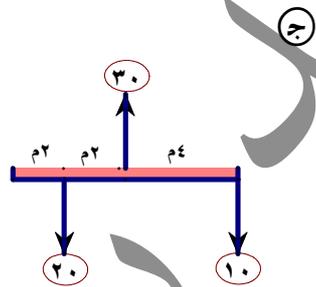
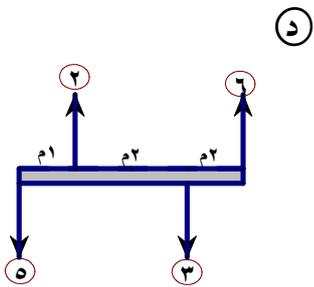
١١- (د)

١١ (ج)

٢٢- (ب)

٢٢ (أ)

(٢٧) نظام القوى الذى لا تمثل إزدوجاً فيما يلى هو



(٢٨) إذا كان نظام القوى المقابل يكافئ إزدوج

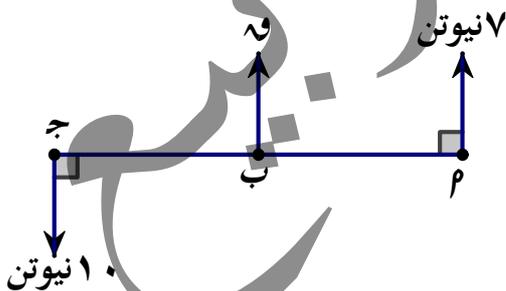
فإن $W = \dots\dots\dots$ نيوتن

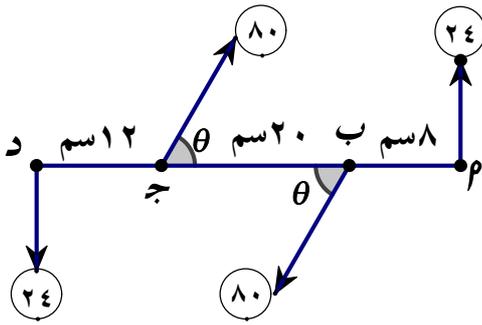
٧ (ب)

٣ (أ)

١٧ (د)

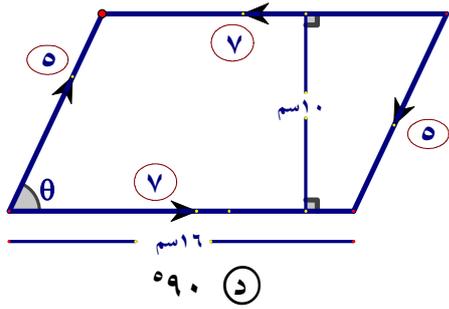
١٠ (ج)





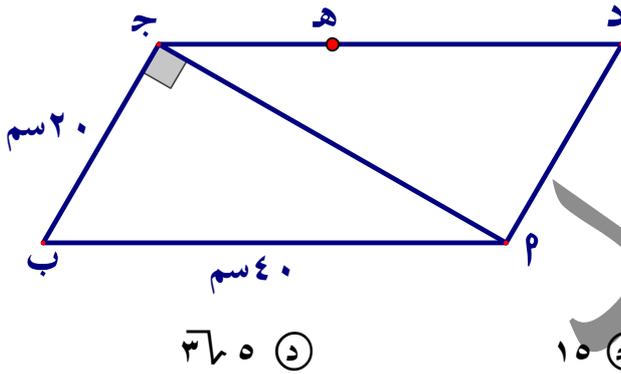
(٣٩) إذا كان \bar{P} قضيب متزن تحت تأثير مجموعة القوى الموضحة بالرسم و كان
 $P = 8 \text{ سم}$ ، $B = 20 \text{ سم}$ ، $J = 12 \text{ سم}$ ، $D = 12 \text{ سم}$ فإن $\theta = \dots$

- (أ) ٠.٤
 (ب) ٠.٥
 (ج) ٠.٦
 (د) ٠.٨



(٤٠) الشكل المجاور : يوضح صفيحة على شكل متوازي أضلاع أثر عليها ازدواجان . فإذا كان القياس الجبرى لعزم الإزدواج المحصل يساوى ٤٠ نيوتن.سم حيث القوى بالموضحة بالشكل مقاسة بوحدة النيوتن. فإن $\theta = \dots$

- (أ) ٥٣.٠
 (ب) ٥٤.٥
 (ج) ٥٦.٠
 (د) ٥٩.٠



(٤١) فى الشكل المجاور:

P ج د صفيحة رقيقة منتظمة على شكل متوازي أضلاع فيه
 $P = 40 \text{ سم}$ ، $B = 20 \text{ سم}$ ، $\angle P = 90^\circ$ ،
 علقت الصفيحة من نقطة هـ \Rightarrow ج د فإذا إتزنت عندما كان ج د
 أفقياً فإن ج هـ = سم

- (أ) $3\sqrt{10}$
 (ب) ٢٠
 (ج) ١٥
 (د) $3\sqrt{5}$



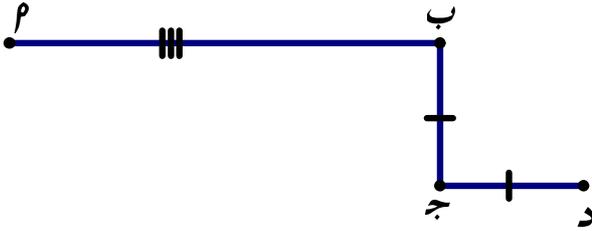
(٤٢) إذا وضعت ثلاث كتل متساوية قيمة كل منها ٢ كجم موضوعة عند رؤوس Δ قائم الزاوية طولاً ضلعى القائمة ٣ سم ، ٤ سم فإن مركز ثقل المجموعة هو

- (أ) $(\frac{4}{3}, 1)$
 (ب) $(\frac{3}{4}, 2)$
 (ج) $(1, \frac{4}{3})$
 (د) $(2, \frac{3}{4})$

(٤٣) بعد مركز ثقل صفيحة رقيقة منتظمة على شكل مثلث متساوى الأضلاع طول ضلعه $3\sqrt{12}$ سم عن أحد رؤوس المثلث يساوى سم

- (أ) ١٢
 (ب) ٦
 (ج) ١٨
 (د) ١٥

(٤٤) فى الشكل المقابل:



إذا كان P د سلك منتظم السمك و الكثافة طولہ ١٠٠ سم ثنى
كما بالشكل الموضح حيث $P = 3 = B$ ج $3 = 3$ ج د فإن بعدا
مركز ثقل السلك عن B ج ، P على الترتيب هما

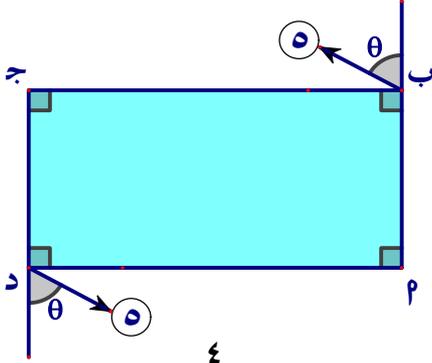
(د) $(\frac{2}{3}, 2)$

(ج) $(16, 6)$

(ب) $(6, 16)$

(أ) $(16, -6)$

(٤٥) فى الشكل المجاور:



إذا كان P ج د مستطيل فيه $P = 5$ سم ، $B = 12$ سم و كان
القياس الجبرى لعزم الإزدواج الناشئ من القوتين ٥ ، ٥ نيوتن الموضحتين
بالشكل يساوى ٦٥ نيوتن. سم فإن $\theta = \dots\dots$

(د) $\frac{4}{3}$

(ج) $\frac{5}{12}$

(ب) صفر

(أ) غير معرف

أسئلة إنتاج الإجابة

(١) وضع جسم وزنه ٧٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن، فإذا كان معامل الاحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى $\frac{1}{4}$ أوجد:

(أ) مقدار القوة الأفقية التى تكفى لجعل الجسم على وشك الحركة.

(ب) القوة التى تميل على المستوى بزاوية ظلها $\frac{3}{4}$ و تجعل الجسم على وشك الحركة.

(٢) وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى أفقى خشن و أثر عليه فى نفس المستوى قوتان مقدارهما ٢ ، ٤ نيوتن تحصران

بينهما زاوية قياسها ١٢٠ فظل ساكناً. أثبت أن زاوية الاحتكاك "ل" بين الجسم و المستوى يجب ألا تقل عن ٥٣٠. و إذا كانت $ل = ٤٥^\circ$ و بقى اتجاه القوتين ثابتاً كما بقيت القوة ٤ نيوتن دون تغيير. فعين مقدار القوة الأخرى لكى يكون الجسم على وشك أن يبدأ الحركة.

(٣) وضع جسم مقدار وزنه ١٠ $\sqrt{3}$ نيوتن على مستوى مائل خشن لوحظ أن الجسم يكون على وشك الإنزلاق إذا كان المستوى

يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° فإذا زيد ميل المستوى إلى ٦٠° فإوجد مقدار :

(أ) أقل قوة تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل فى المستوى و تمنعه من الإنزلاق.

(ب) القوة التى تؤثر فى الجسم موازية لخط أكبر ميل فى المستوى و تجعله على وشك الحركة إلى أعلى المستوى.

(٤) وضع جسم وزنه ١٠ ث. كجم على مستوى مائل خشن تؤثر عليه قوة \vec{F} فى اتجاه خط أكبر ميل إلى أعلى المستوى فإذا

علم أن الجسم يكون على وشك الحركة إلى أعلى المستوى عندما $\vec{F} = ٦$ ث. كجم و يكون على وشك الحركة إلى أسفل

المستوى عندما $\vec{F} = ٤$ ث. كجم. أوجد :

(أولاً) قياس زاوية ميل المستوى على الأفقى.

(أولاً) معامل الإحتكاك السكونى بين الجسم و المستوى. (ثالثاً) مقدار \vec{F} التى تجعل قوة الإحتكاك تنعدم.

(٥) كتلتان ٣ ، ٥ كجم متصلان بخيط خفيف و موضعان على مستوى مائل خشن و كان معامل الاحتكاك السكونى بين المستوى

و الجسمين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{4}{5}$ على الترتيب. بين أى الجسمين يوضع أسفل الآخر حتى يتحرك الجسمان معاً. ثم أثبت أن ظل زاوية ميل

المستوى على الأفقى عندما يكون الجسمان على وشك الحركة يساوى $\frac{3}{4}$

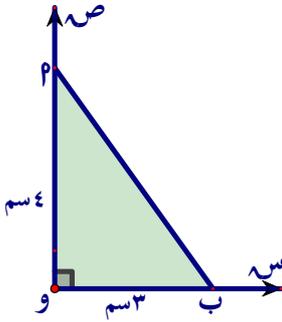
(٦) إذا كانت \vec{s} ، \vec{v} ، \vec{c} مجموعة يمينية من متجهات الوحدة و كانت القوة $\vec{F} = \vec{s} - ٢\vec{v}$ تؤثر فى النقطة

(٢ ، ٣) أوجد :

(أ) متجه عزم القوة \vec{F} بالنسبة للنقطة ب (٢ ، ١)

(ب) طول العمود الساقط من النقطة ب على خط عمل القوة \vec{F} .

- (٧) P ب ج د مربع طول ضلعه ٦ سم ، $h \exists \overline{b} \text{ ج حيث } b = 1$ سم أثرت قوى مقاديرها ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٤ نيوتن في P ب ، $\overline{b} \text{ ج ، } \overline{c} \text{ د ، } \overline{d} \text{ ج ، } \overline{e} \text{ ج على الترتيب. فإذا كان خط عمل المحصلة يمر بالنقطة ه أوجد قيمة ه.}$



- (٨) في الشكل المجاور تؤثر القوة h في المستوى SV على ΔP وب فإذا كان القياس الجبرى لعزم h بالنسبة للنقطة "و" يساوى ٨٤ نيوتن.م ، القياس الجبرى لعزمها بالنسبة للنقطة P يساوى - ١٠٠ نيوتن.م ، القياس الجبرى لعزمها بالنسبة للنقطة ب يساوى صفر. أوجد h .

- (٩) تؤثر القوة h في النقطة $A(2, 3)$ فإذا كان عزم h حول كل من النقطتين ب $(1, 3)$ ، ج $(-1, 4)$ يساوى ٢٨ ع أوجد h .

- (١٠) إذا كان عزم القوة $h = 2s + 3v - e$ حول نقطة الأصل "و" يساوى ع و حيث

$e = 5s - 3v - e$ و إذا كانت هذه القوة تمر بنقطة الاحداثى الصادى لها يساوى ٢. أوجد الإحداثى س ، ع للنقطة وكذلك أوجد طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على خط عمل القوة.

- (١١) إذا كانت القوة $h = 2s + 3v - e$ تؤثر في نقطة A متجه موضعها بالنسبة لنقطة الأصل هو $r = (1, 1, 3)$ فإذا كانت مركبتا عزم h حول المحورين س ، ص هما ١- ، ٨- على الترتيب أوجد قيمة كل من ك ، م.

- (١٢) إذا كانت ج ، د ، ه $\exists \overline{b} \text{ بحيث } P \text{ ج : د : ه : ب} = ١ : ٣ : ٥ : ٧$ أثرت قوى متوازية و في نفس الاتجاه و متساوية في المقدار في النقط P ، ج ، د ، ه ، ب برهن أن المحصلة تقسم \overline{b} بنسبة ٣ : ٥

- (١٣) قوتان متوازيتان و في نفس الاتجاه مقدارهما h ، ٢ و تؤثران في النقطتين P ، ب إذا تحركت القوة ٢ موازية لنفسها في اتجاه \overline{b} مسافة س سم. أثبت أن محصلة القوتين تتحرك في نفس الاتجاه مسافة قدرها $\frac{2}{3}س$

- (١٤) يرتكز قضيب \overline{b} طوله ٩٠ سم و وزنه ٥٠ نيوتن و يؤثر في نقطة منتصفه في وضع أفقى على حاملين أحدهما عند الطرف P ، الآخر عند نقطة ج تبعد ٣٠ سم عن ب و يحمل ثقلاً مقداره ٢٠ نيوتن عند نقطة تبعد ١٥ سم عن ب عين قيمة الضغط على كل حامل. و أوجد أيضاً مقدار الثقل الذى يجب تعليقه من الطرف ب بحيث يصبح القضيب على وشك الدوران و ما هي قيمة الضغط على الحامل ج عندئذ.

(١٥) ترتكز مسطرة خفيفة \overline{P} بمقيسة بالسنتيمتر أفقياً على حاملين عند النقطتين ج ، د بحيث $\overline{D} \exists \overline{P} ٢٢$ ، $\overline{C} = \overline{D} = \overline{B} = \overline{C} = \overline{D}$ و علق ثقل مقداره "و" نيوتن من نقطة م على المسطرة فوجد أنها تكون على وشك الانقلاب إذا علق من الطرف \overline{P} ثقل مقداره ١٠ نيوتن أو إذا علق من الطرف ب ثقل مقداره ٦ نيوتن. أوجد مقدار "و" و أثبت أن $\overline{M} = \overline{B} = ٩ : ٧$

(١٦) يحمل رجلان \overline{P} ، ب جسماً كتلته ٩٠ كجم معلق من قضيب معدني متين و خفيف فإذا كانت المسافة بين الرجلين ٦٠ سم و كانت نقطة تعليق الجسم تبعد ٢٠ سم من \overline{P} فما مقدار ما يتحمله كل رجل من هذا الثقل؟ وإذا كان الرجل ب لا يمكنه أن يحمل أكثر من ٥٠ ث. كجم. فعين أكبر مسافة من \overline{P} يمكن تعليق الثقل عندها حتى يتمكن الرجل ب من الإستمرار في حمل القضيب.

(١٧) \overline{P} قضيب منتظم طوله ٦٠ سم و وزنه ٨ نيوتن. يتصل طرفه \overline{P} بمفصل مثبت في حائط رأسى علق ثقل قدره ٦ نيوتن في نقطة من القضيب تبعد ٤٠ سم عن الطرف \overline{P} . اتزن القضيب في وضع أفقى بواسطة خيط خفيف يتصل أحد طرفيه بالطرف ب من القضيب. و ثبت الطرف الآخر للخيط في نقطة على الحائط تبعد ٨٠ سم رأسياً أعلى \overline{P} . أوجد الشد في الخيط و رد فعل المفصل.

(١٨) \overline{P} سلم منتظم وزنه ٣٠ ث. كجم و طوله ٤ أمتار يرتكز بطرفه \overline{P} على مستوى أفقى أملس ، و بطرفه الآخر ب على حائط رأسى أملس. اتزن السلم في مستوى رأسى و كان قياس زاوية ميله على الأفقى ٤٥° بواسطة حبل أفقى يصل الطرف \overline{P} بنقطة من المستوى الأفقى و تقع رأسياً أسفل ب تماماً . فإذا صعد رجل وزنه ٨٠ ث. كجم على هذا السلم فإثبت أن مقدار الشد في الحبل يزداد كلما صعد الرجل. و إذا كان الحبل لا يتحمل شداً يزيد مقداره على ٦٧ ث. كجم فإوجد طول أكبر مسافة يمكن أن يصعد بها الرجل دون أن ينقطع الحبل.

(١٩) \overline{P} قضيب منتظم مقدار وزنه ٤٠ نيوتن ، يرتكز بطرفه \overline{P} على حائط رأسى خشن معامل الاحتكاك بينه و بين القضيب يساوى $\frac{1}{2}$ و بطرفه ب على أرض أفقية معامل الاحتكاك بينها و بين القضيب تساوى $\frac{1}{3}$ فإذا كانت أقل قوة أفقية تجعل الطرف ب للقضيب على وشك الحركة نحو الحائط تساوى ٦٠ نيوتن. فإوجد في وضع الاتزان قياس زاوية ميل القضيب على الأفقى علماً بأن القضيب يتزن في مستوى رأسى.

(٢٠) \overline{P} قضيب منتظم وزنه ٢٠ نيوتن و طوله ٦٠ سم يرتكز بطرفه \overline{P} على مستوى أفقى خشن و يرتكز عند إحدى نقطة ج على وتد أملس يعلو ٢٥ سم عن المستوى الأفقى و كان القضيب على وشك الإنزلاق عندما كانت زاوية ميله على الأفقى ٣٠° أوجد رد فعل التود و كذلك معامل الاحتكاك بين القضيب و المستوى علماً بأن الساق تقع في مستوى رأسى.

(٢٩) P ج د Δ فيه $P = B = C = 6$ سم ، $\theta = 120^\circ$ أثرت قوى مقاديرها ١٨ ، ١٨ ، ٣٦ نيوتن في P ، \overrightarrow{B} ، \overrightarrow{C} على الترتيب. أثبت أن المجموعة تكافئ ازدواجاً و أوجد معيار عزمه. ثم أوجد مقدار كل من القوتين المؤثرتين في P ، C ، B و توازيان \overrightarrow{AB} حتى تتزن المجموعة.

(٣٠) P ج د صفيحة رقيقة على هيئة مربع طول ضلعه ٥٠ سم ووزنها ٣٠٠ ث. جم ويؤثر في نقطة تلاقى القطرين . ثقتب الصفيحة ثقباً صغيراً بالقرب من P وعلقت من هذا الثقب في مسمار أفقى رفيع بحيث أتزنت في مستو رأسى . اوجد رد فعل المسمار . وإذا أثر على الصفيحة ازدواج معيار عزمه ٧٥٠٠ ث. جم . سم وإتجاهه عمودى على مستوى الصفيحة . أثبت أن رد فعل المسمار لا يتغير ثم أوجد ميل القطر P ج على الرأسى في وضع الاتزان .

(٣١) سلك رفيع منتظم السمك و الكثافة على شكل شبه منحرف P ج د فيه $P = B = 15$ سم ، $B = C = 12$ سم ، $C = D = 10$ سم ، $\theta = 120^\circ$ ، $\theta = 90^\circ$. فإوجد بعد مركز ثقل هذا السلك عن الضلعين P ، B ج .

(٣٢) علقت صفيحة مربعة منتظمة وزنها " و " تعليقاً حراً من الرأس P و ثبت عند الرأس B ثقل وزنه $\frac{1}{2}$ و . أثبت أن ظل زاوية ميل القطر P ج على الرأسى في وضع الاتزان يساوى $\frac{1}{5}$.

(٣٣) P ج صفيحة رقيقة على شكل Δ متساوى الأضلاع طول ضلعه ١٢ سم كتلتها ٣٠٠ جم. ألصقت كتلة ١٠٠ جم في الصفيحة عند نقطة تتليث P من جهة P فإوجد بعد مركز ثقل المجموعة عن نقطة P

(٣٤) صفيحة رقيقة منتظمة الكثافة على شكل مستطيل P ج د فيه $P = B = 6$ سم ، $B = C = 10$ سم ، $h = 3$ د بحيث P ه = ٦ سم. ثنى المثلث P ه حول الضلع B ه حتى إنطبق P على B ج تماماً عين موضع مركز ثقل الصفيحة بعد ثنيها بالنسبة إلى B ، C ، D .

(٣٥) P ج د صفيحة منتظمة السمك و الكثافة على شكل مستطيل فيه $P = B = 12$ سم ، $B = C = 16$ سم ، ه نقطة تقاطع قطريه P ج ، B د فصل ΔP ه د و ثبت فوق Δ ب ه ج أوجد مركز ثقل الصفيحة في هذه الحالة. و إذا علقت الصفيحة تعليقاً حراً من نقطة ج . فإوجد ظل زاوية ميل B ج على الرأسى.

(٣٦) صفيحة رقيقة منتظمة السمك و الكثافة على شكل قرص دائرى مركزه نقطة الأصل و طول نصف قطره ٦ وحدات طول قطع منه قرصان دائريان مركز أحدهما (-١ ، -٣) و طول نصف قطره وحدة طول واحدة و مركز الآخر (١ ، ٢) و طول نصف قطره ٣ وحدات طول. أوجد مركز ثقل الجزء الباقي من القرص الأصلي.

إجابات أسئلة الإختيار

ج (٥)	ب (٤)	ب (٣)	د (٢)	ب (١)
ب (١٠)	د (٩)	د (٨)	ب (٧)	ب (٦)
ب (١٥)	ج (١٤)	ب (١٣)	ب (١٢)	ب (١١)
ب (٢٠)	ب (١٩)	ب (١٨)	د (١٧)	ب (١٦)
ب (٢٥)	ب (٢٤)	ب (٢٣)	ب (٢٢)	د (٢١)
د (٣٠)	ب (٢٩)	ب (٢٨)	ج (٢٧)	ب (٢٦)
ب (٣٥)	ج (٣٤)	ب (٣٣)	ب (٣٢)	ب (٣١)
ب (٤٠)	ج (٣٩)	ب (٣٨)	ج (٣٧)	ج (٣٦)
ج (٤٥)	ب (٤٤)	ب (٤٣)	ج (٤٢)	ج (٤١)

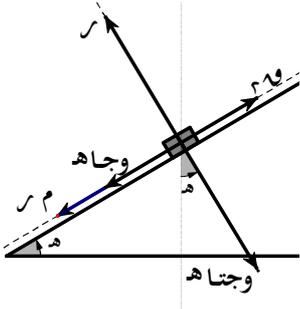
(ثانياً) نفرض أن μ تجعل الجسم على وشك الحركة أعلى المستوى

$$\therefore \mu = \frac{\sqrt{3}}{3} + 6.0 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10.0$$

$$\therefore \mu = 10.0 + \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(1) ...

$$\mu = 10.0 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 6.0$$



$$\leftarrow \mu = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ومن (1) } \mu = 2.0$$

$$\left. \begin{aligned} (4) \text{ على وشك الحركة لأعلى: } & \left. \begin{aligned} 6.0 = 10.0 + \mu \\ \mu = 10.0 \end{aligned} \right\} \\ (2) \text{ على وشك الحركة لأسفل: } & \left. \begin{aligned} 4.0 = 10.0 + \mu \\ \mu = 10.0 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \leftarrow \begin{aligned} (1) \dots & 6.0 = 10.0 + \mu \\ (2) \dots & 4.0 = 10.0 + \mu \end{aligned}$$

من (1) $6.0 = 10.0 - 6.0 + 4.0$ بالتعويض في (2) $\leftarrow 4.0 = 10.0 - 6.0 + 4.0$ $\leftarrow \mu = 2.0$ بالتعويض في (1) $\leftarrow \mu = 2.0$ ، حتى تنعدم قوة الإحتكاك يجب أن تكون $\mu = 10.0 = 5.0$ كجم

(5) الجسم ذو معامل الإحتكاك الأصغر يوضع أسفل الجسم ذو معامل الإحتكاك

الأكبر حتى يتحرك الجسمان معاً و الخيط مشدود

بدراسة إتزان الجسمين معاً:

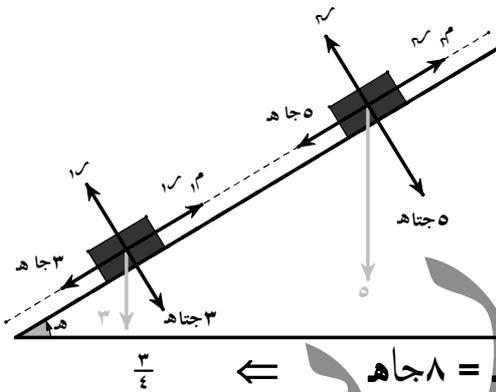
$$\therefore \mu_1 = 3.0 \text{ جناه } , \mu_2 = 5.0 \text{ جناه}$$

$$, \mu_1 \mu_2 + \mu_1 \mu_3 = 5.0 \text{ جناه} + 3.0 \text{ جناه}$$

بالتعويض عن μ_1 ، μ_2 في المعادلة الثالثة و التعويض عن μ_3 ، μ_4

$$\therefore 3.0 \times \frac{2}{3} + 5.0 \times \frac{4}{5} = 5.0 \text{ جناه} + 3.0 \text{ جناه}$$

$$\therefore 2.0 \text{ جناه} + 4.0 \text{ جناه} = 5.0 \text{ جناه} + 3.0 \text{ جناه}$$



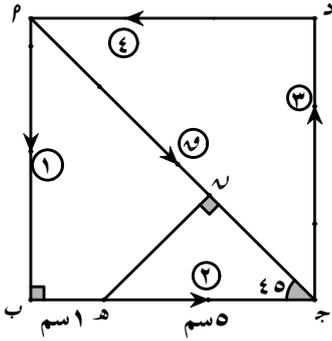
$$\leftarrow 6.0 \text{ جناه} = 8.0 \text{ جناه} \leftarrow \frac{3}{4}$$

$$(6) \therefore \vec{c} = \vec{b} \times \vec{a} \leftarrow \vec{c} = \vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{c} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{b}$$

$$\therefore \vec{c} = \vec{b} \times (\vec{a} - \vec{b}) = \vec{c} \times \vec{a} - \vec{c} \times \vec{b} \leftarrow (2, -1) \times (2, 0) = \vec{c}$$

$$\therefore \vec{c} = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \vec{c} \leftarrow \vec{c} = 2 - 2 = 0$$

$$\therefore \mu = \frac{\text{معيار العزم}}{\text{معيار القوة}} = \mu \leftarrow \mu = \frac{\| \vec{c} \|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{5\sqrt{2}} = \frac{2}{5\sqrt{2}}$$



(٧) ∴ خط عمل المحصلة يمر بالنقطة هـ

∴ مجموع عزوم هذه القوى حول هـ يساوى صفر.

$$0 = 45 \times 5 - 1 \times 1 + 6 \times 4 + 5 \times 3$$

$$0 = 45 \times 5 - 1 + 24 + 15$$

$$\therefore 8 = 3 \text{ نيوتن}$$

(٨) من الشكل : و (٠، ٠) ، ب (٠، ٣) ، پ (٤، ٠)

النقطة ب يمكن أن تعتبر نقطة تأثير للقوة.

$$\vec{C}_B = 0$$

نفرض أن $\vec{r} = (n, m)$

$$\vec{C}_B = 84 = \vec{r} \times \vec{C}$$

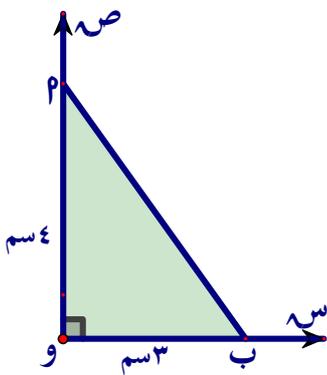
$$\therefore 84 = (n, m) \times (0, 3)$$

$$\therefore 84 = 3n$$

$$\vec{C}_A = 100 = \vec{r} \times \vec{C}$$

$$\therefore 100 = (n, m) \times (4, -3)$$

$$\therefore 100 = 24 + 28 \times 3$$



$$\vec{C}_B = 84 = \vec{r} \times \vec{C}$$

$$\vec{C}_B = 84 = \vec{r} \times \vec{C}$$

$$\boxed{28 = n}$$

$$\vec{C}_A = 100 = \vec{r} \times \vec{C}$$

$$100 = 24 + 3n$$

$$\vec{r} = (28, -46) \Rightarrow 46 = 2$$

(٩) نفرض أن $\vec{r} = (n, m)$

$$\vec{C}_A = 28 = \vec{r} \times \vec{C} = \vec{C}_B$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{C}_A = 28 &= (n, m) \times (1, -6) \\ \vec{C}_A = 28 &= (n, m) \times (2, -2) \end{aligned} \right\} \therefore$$

$$\left. \begin{aligned} 28 &= 2 - 6n \\ 28 &= 2 + n \end{aligned} \right\} \therefore \text{بالجمع}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{C}_A = 28 &= \vec{r} \times \vec{C}_A \\ \vec{C}_A = 28 &= \vec{r} \times \vec{C}_B \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 28 &= 2 - 6n \\ 28 &= 2 + n \end{aligned} \right\}$$

$$42 = 7n$$

$$\vec{r} = (6, 8)$$

$$\therefore \boxed{6 = n} \text{ و بالتعويض في أى من المعادلتين } \boxed{8 = m}$$

(١٠) نفرض أن نقطة تأثير القوة پ (س، ٢، ع)

$$\vec{e} - \vec{v}_3 + \vec{v}_5 = \vec{v} \times \vec{p} \Leftrightarrow \vec{e} - \vec{v}_3 + \vec{v}_5 = \vec{e}_r$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 = e \\ 1 = s \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} 5 - = e - 3 - 2 - \\ 1 - = e - 3 - s \end{array} \right\} \Leftrightarrow \vec{e} - \vec{v}_3 + \vec{v}_5 = \begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{v}_3 & \vec{v}_5 \\ e & 2 & s \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \therefore$$

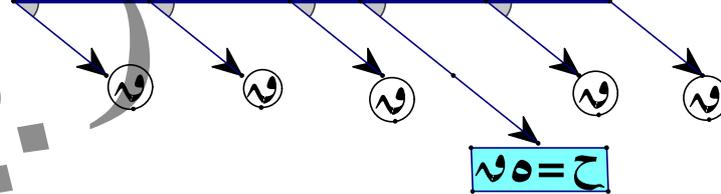
$$\therefore \text{طول العمود} = \frac{\|\vec{e}_r\|}{\|\vec{v}\|} = \frac{\sqrt{1+9+25}}{\sqrt{1+9+4}} = \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \text{ وحدة طول}$$

$$\begin{vmatrix} \vec{e} & \vec{v}_3 & \vec{v}_5 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \vec{e}_r \therefore (2-, 3-, 1-) \text{ ، } \vec{e} + \vec{v}_3 + \vec{v}_5 = \vec{v} \quad (11)$$

$$\therefore \text{مركبة عزم } \vec{v} \text{ حول } s = \begin{vmatrix} 1 \\ 2- \\ 1- \end{vmatrix} = 1- = 2- - 2- \therefore$$

$$\text{، مركبة عزم } \vec{v} \text{ حول } v = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2- & 2- \end{vmatrix} = 1- - 6- = 8- \therefore$$

$$(12)$$



نفرض أن مقدار كل قوة يساوى v وتميل على \vec{p} بزواوية h ، أن المحصلة تؤثر في نقطة m حيث $m = 2 = s$

$$، \quad 2 = ج = ك ، \quad 3 = د = ه ، \quad 5 = ل ، \quad 6 = ب = ١٦ = ل$$

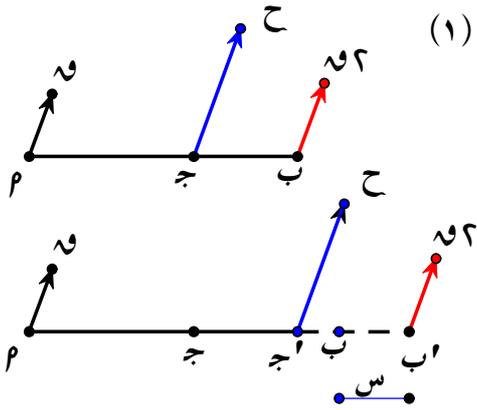
\therefore المحصلة $ح = ١٥ = ١٥ + ١٥ + ١٥ + ١٥ + ١٥ = ٥٠$ و تؤثر في نقطة m لها نفس إتجاه القوى.

\therefore مجموع عزوم القوى حول نقطة = عزم المحصلة حول نفس النقطة " بأخذ العزوم حول نقطة p

$$\therefore ١٥ \times ل + ٤ \times ٩ + ٩ \times ٩ + ١٦ \times ٦ = ١٥ \times ٥ = ٧٥ \times س \text{ جاهه } \text{ بالقسمة } \div \text{ به جاهه}$$

$$\therefore ل + ٤ + ٩ + ١٦ = ٥٥ = س \quad \Leftrightarrow \quad ٣٠ = ل٣٠ = ٥٥ = س \quad \Leftrightarrow \quad ٦ = س$$

$$\text{أى أن } 2 = 6 = س ، \quad ١٠ = ل \quad \Leftrightarrow \quad 2 = 6 = س : ١٠ = ل \quad \Leftrightarrow \quad 2 : 6 = س : ١٠ \quad \Leftrightarrow \quad 2 : 6 = س : ١٠$$



(١٣) فى الحالة الأولى : $٢ \times ٥ = ١٠$ ج \times ب $\leftarrow ٢ = ١٠$ ج ب (١)

فى الحالة الثانية : $٢ \times ٥ = ١٠$ ج \times ب $\leftarrow ٢ = ١٠$ ج ب

بالتعويض من (١)

$$\therefore ١٠ = ٢ + ٢ = ٢(١ + ١)$$

$$\therefore ١٠ = ٢ + ٢ = ٢(١ + ١)$$

$$\therefore ١٠ = ٢ + ٢ = ٢(١ + ١)$$

$$\therefore ١٠ = ٢ + ٢ = ٢(١ + ١)$$

$$\therefore ١٠ = ٢ + ٢ = ٢(١ + ١)$$

(١٤) الحالة الأولى:

$$(١) \dots ٧٠ = ٢٠ + ١٠$$

مجموع العزوم حول ٢ = صفر

$$\text{صفر} = ٧٥ \times ٢٠ + ٦٠ \times ٢٠ - ٤٥ \times ٥٠$$

$$\therefore ٦٢.٥ = ٢٠ \text{ نيوتن} \text{ بالتعويض فى (١)}$$

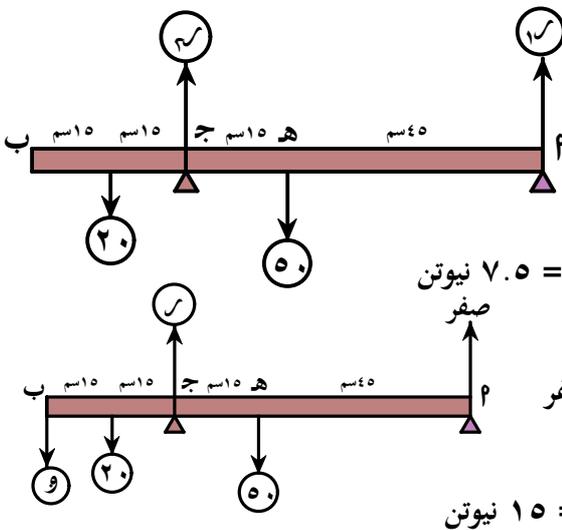
الحالة الثانية: نفرض أن الوزن الذى يجب تعليقه عند ب يساوى " و "

عندما يكون الساق على وشك الدوران يكون الضغط عند ٢ يساوى صفر

مجموع العزوم حول ج = صفر

$$\therefore \text{صفر} = ٣٠ \times و + ١٥ \times ٢٠ + ١٥ \times ٥٠$$

$$، \text{ ر} = ١٥ + ٢٠ + ٥٠ = ٨٥ \text{ نيوتن}$$



$$٧٠ = ٢٠ \text{ نيوتن}$$

صفر

$$١٥ = و \text{ نيوتن}$$

(١٥) نفرض أن ج = ب = د = س سم فيكون ج د = ٢ سم ، ج م = ص سم

حيث م هى نقطة تعليق الوزن

الحالة الأولى :

مجموع العزوم حول ج = صفر

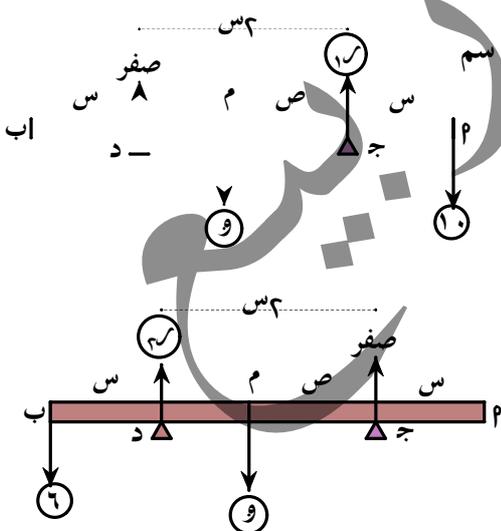
$$\therefore ١٠ \times س + و = ٠ \leftarrow و = ص = ١٠ \dots (١)$$

الحالة الثانية:

مجموع العزوم حول د = صفر

$$- و (٢ - ص) + ٦ \times س = \text{صفر}$$

$$- ٢ و + و + ص = ٦ + \text{صفر} \text{ بالتعويض من (١)}$$

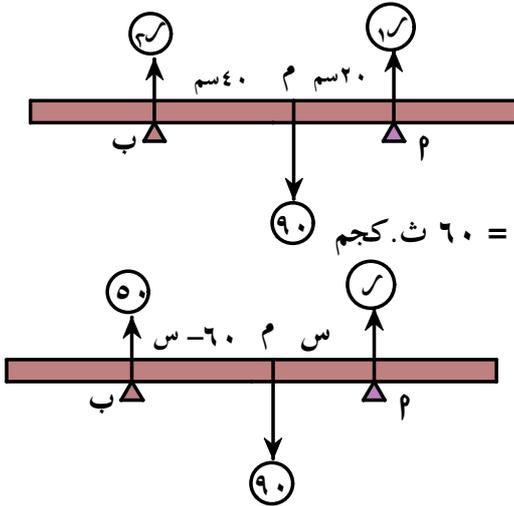


∴ - ٢ و ١٠ + ٦ س = صفر بالقسمة ÷ س

∴ و = ٨ نيوتن بالتعويض في (١)

∴ ص = ٥ = س ← م ٢ = س + ٥ = س + ٤ = س ، م ب = س + ٢ - س = ٤ = س = ٧

∴ م ٢ : م ب = ٩ : ٧ ← م ٢ : م ب = ٩ : ٧



(١٦) ∴ الساق متزنة

∴ ٩٠ = ر + ١٥ ← (١) ...

مجموع العزوم حول P = صفر

∴ ٠ = ٦٠ × ر - ٢٠ × ٩٠ ← ر = ٣٠ كجم ، ر = ٦٠ كجم

نفرض أن الرجل ب يحمل ٥٠ كجم أى أن ر = ٥٠ ، م ٢ = س = ٥٠ سم

∴ الساق متزنة ← مجموع العزوم حول P = صفر

∴ ٠ = ٦٠ × ٥٠ + س × ٩٠ ← س = ٣٣ كجم

∴ أكبر مسافة من P يوضع فيها الثقل حتى يتحمل الرجل ب هى ٣٣ سم .

(١٧) ∴ الساق متزن

∴ س = ٠ ← ر = ش جتاه ← ر = ش = ٤ ← (١) ...

، ص = ٠ ← ر + ش جاه = ١٤

∴ ر + ش = ١٤ ← (٢) ...

، ج ب = ٠ ← ٠ = ٦٠ × ر - ٣٠ × ٨ + ٢٠ × ٦

∴ ر = ٦ كجم ← بالتعويض في (٢) ش = ٨ كجم

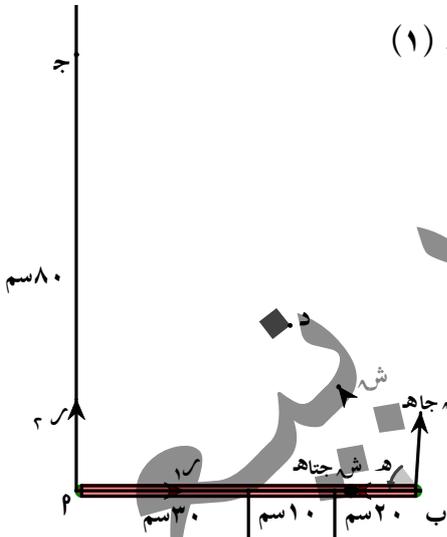
← بالتعويض في (١) ر = ٦ كجم

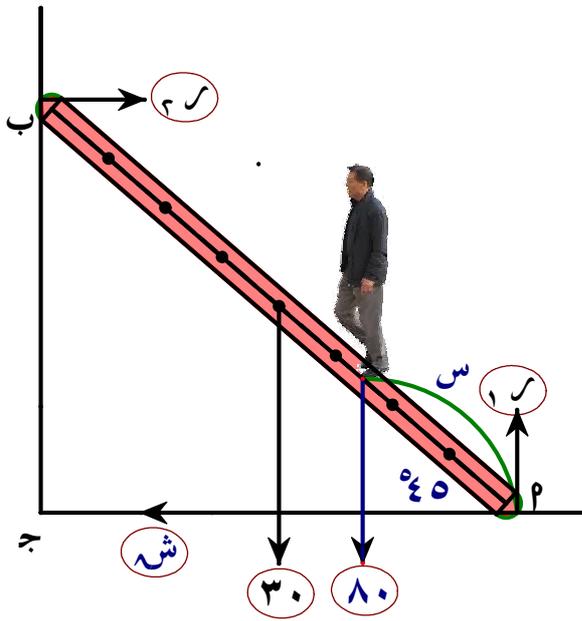
رد فعل المفصل هو محصلة ر ، ر

∴ ر = √(ر^٢ + ر^٢) ← ر = ٨.٢٦ كجم

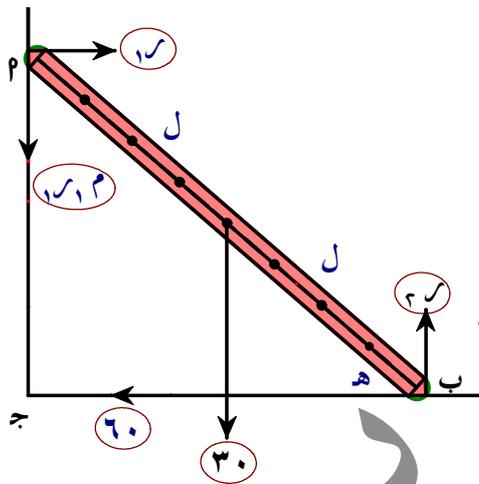
، ظاه = ر / ر ← ظاه = ١ = θ

∴ رد فعل المفصل يميل على الساق بزاوية ٤٥° لأعلى

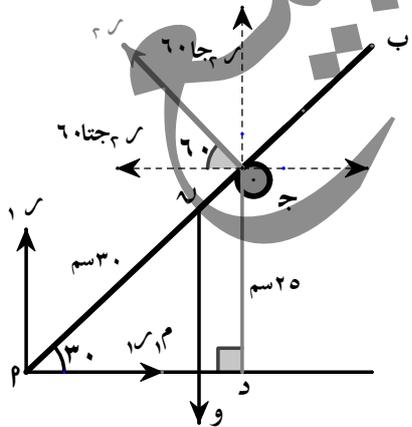




(١٨) نفرض أن المسافة التي يصعدها الرجل على السلم = س
 ∴ السلم متزن
 ∴ $\sum M = 0$ ← ش = r_1
 ∴ $\sum F_x = 0$ ← ش = r_2
 ∴ $\sum F_y = 0$ ← $67 = 15 + 20 + 80$
 ∴ $67 = 115$ ← ش = 67
 ∴ $15 + 20 = 67$
 ∴ أكبر مسافة يمكن أن يصعدها الرجل هي ٢.٦ متراً.



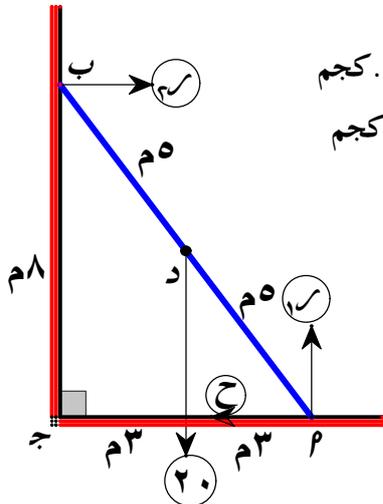
(١٩) الساق على وشك الحركة نحو الحائط : الإحتكاك نهائى ، متزن
 ∴ $\sum M = 0$ ← $r_1 + r_2 = 0$
 ∴ $60 = \frac{1}{3}r_1 + r_2$ ← (١) ...
 ∴ $40 = r_1 + 40 = \frac{1}{3}r_1$ ← (٢) ...
 من (١)، (٢) ← $r_1 = 40$ نيوتن ، $r_2 = 60$ نيوتن
 ∴ $\sum F_x = 0$ ← $40 \times L + 20 \times 2L - 40 \times 2L = 0$
 ∴ $40L + 40L - 80L = 0$ ← $0 = 0$ ← $45 = 0$



(٢٠) فى ΔPJD ج د : ∴ $\angle D = 90^\circ$ ، $\angle P = 30^\circ$ ، $\angle J = 60^\circ$ ، ج د = ٢٥ سم
 ∴ ج = ٥٠ سم ، د = ٢٥ سم

∴ الساق متزنه
 ∴ مجموع العزوم حول P = صفر
 ∴ $20 \times 30 + 30 \times 20 = 50 \times r_1$ ← صفر = $r_1 = 3\sqrt{6}$ نيوتن
 ∴ $20 = r_1 + 60$ ← $r_1 = 40$
 ∴ $11 = r_1 + 60$ ← $r_1 = 11$ نيوتن

$$\frac{\sqrt{3}}{11} = 1 \text{ م} \leftarrow 60 \text{ جتا} \times \sqrt{3} = 11 \times 1 \text{ م} \leftarrow 60 \text{ جتا} = 1 \text{ م} \leftarrow 0 = \text{س} ,$$



(٢١) نفرض أن السلم متزن و قوة الإحتكاك = ح

$$\therefore 0 = 1 \text{ ج} \leftarrow 0 = 8 \times 1 - 3 \times 20 \leftarrow 70.5 = 1 \text{ ر} \text{ كجم}$$

$$\text{س} = 0 \leftarrow 70.5 = \text{ح} \text{ كجم}$$

$$\text{ص} = 0 \leftarrow 20 = 1 \text{ ر} \text{ كجم}$$

أى أنه إذا إتزن السلم فإن قوة الإحتكاك ستكون 70.5 كجم

∴ قوة الإحتكاك النهائى = 20 × 1/4 = 5 كجم

∴ قوة الأحتكاك اللازمة لكى يتزن السلم أكبر من قوة الإحتكاك النهائى

∴ السلم لا يمكن أن يتزن فى هذا الوضع.

(٢٢) ∴ القوتان 9 ، 9 تمثلان إزدوجاً ذراعاه ب = 3م ل

، القوتان 3 ، 3 تمثلان إزدوجاً ذراعاه د ب = 3م ل

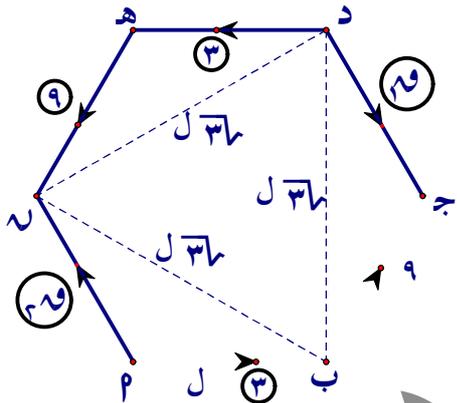
، المجموعة متزنة

∴ 1 = 1 ، 9 = 9 تمثلان إزدوجاً ذراعاه د = 3م ل أى أن 1 = 1 = 9 = 9

، مجموع عزوم الإزدوجات = صفر

$$\therefore 3 \times 3 \text{ م} \times 3 - 9 \times 3 \text{ م} \times 3 + 3 \times 3 \text{ م} \times 3 = \text{صفر}$$

$$\therefore 3 + 3 - 9 = 0 = \text{صفر} \leftarrow 12 = 9 \text{ ث.جم}$$



(٢٣) ∴ القوى 1 ، 1 ، 1 ، 1 ممثلة تمثيلاً تاماً بالقطع المستقيمة الموجهة

1 ، 1 ، 1 ، 1 على الترتيب و فى إتجاه دورى واحد.

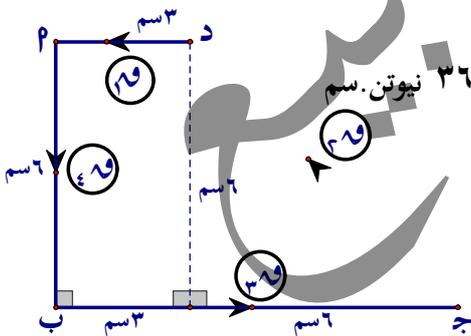
∴ هذه المجموعة من القوى تمثل إزدوجاً القياس الجبرى لعزمه ج = 360 نيوتن.سم

$$\therefore 360 = \frac{1}{\text{أب}} \times 2 \times \text{مساحة شبه المنحرف ب ج د} = \frac{1}{\text{أب}} \times 2 \times \frac{1}{2} \times (9+3) \times 6$$

$$\therefore 360 = \frac{1}{\text{أب}} \times 6 \times (9+3) \times \frac{1}{2} \times 2 \leftarrow 15 = 1 \text{ نيوتن}$$

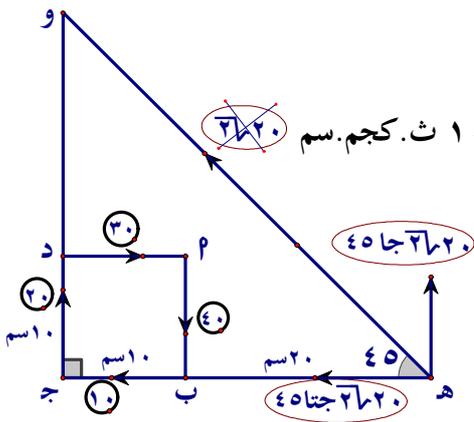
$$\therefore \frac{1}{\text{أب}} = \frac{3}{9} = \frac{2}{\sqrt{3} \times 6} = \frac{1}{3}$$

$$\leftarrow 30 = 1 \text{ نيوتن} , 45 = 1 \text{ نيوتن} , \sqrt{3} \times 30 = 1 \text{ نيوتن}$$



(٢٤) بتحليل القوة $\sqrt{20}$ إلى مركبتين في إتجاهى هـ ج و العمودى عليه

نوجد مجموع عزوم القوى حول ثلاث نقاط ليست على إستقامة واحدة



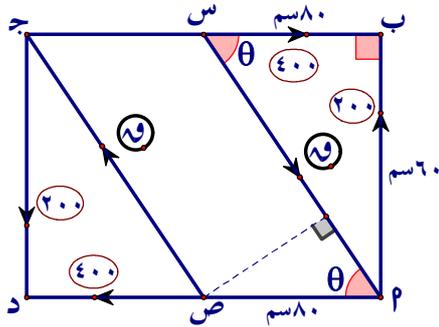
$$ع, \quad \sqrt{20} \times 45 \sin 45 - 10 \times 40 - 10 \times 10 - 10 \times 10 = 100 - 100 = 0 \text{ كجم.سم}$$

$$ج, \quad \sqrt{20} \times 45 \cos 45 - 10 \times 30 - 10 \times 20 - 10 \times 10 = 100 - 100 = 0 \text{ كجم.سم}$$

$$ح, \quad \sqrt{20} \times 45 \sin 45 - 10 \times 40 - 10 \times 30 - 30 \times 45 = 100 - 100 = 0 \text{ كجم.سم}$$

∴ ب، ج، د ليست على إستقامة واحدة، $ع = ج = ح = 0 \neq$

∴ مجموعة القوى تمثل إزدواجاً معيار عزمه = 100 ث. كجم.سم



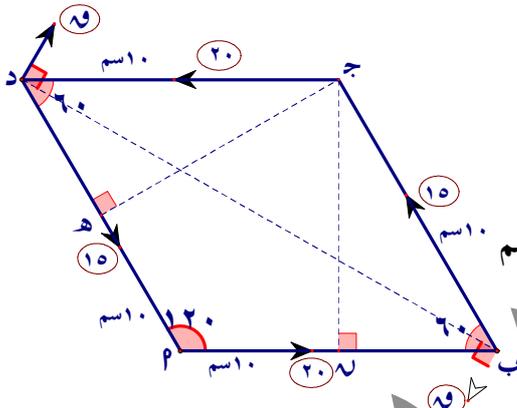
(٢٥) ∴ معيار عزم الازدواج = 6400 نيوتن.سم في إتجاه د ج ب

∴ القياس الجبرى لعزم الإزدواج = 6400 نيوتن.سم

$$∴ \quad 6400 = 80 \times 80 - 60 \times 40 - 160 \times 20$$

$$∴ \quad 6400 = 80 \times 80 - 60 \times 40 - 160 \times 20$$

∴ $80 = 300$ نيوتن.



(٢٦) ∴ القوتان 20، 20 تمثلان إزدواجاً ذراعه ج هـ = 10 جا 60 = $\sqrt{30}$

، القوتان 15، 15 تمثلان إزدواجاً ذراعه ج هـ = 10 جا 60 = $\sqrt{30}$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

القياس الجبرى لعزمه $ع = \sqrt{30} \times 20 + \sqrt{30} \times 15 = 175 \sqrt{30}$ كجم.سم

لتكن القوتان المؤثرتان في ب، د عموديتان على ب د هما $هـ$ ، $هـ$

حتى تتزن المجموعة يجب أن تكون $هـ = هـ = هـ$ ، $ع = ع + ع = 0$

$$∴ \quad 175 \sqrt{30} - 10 \times 10 = 0 \Rightarrow هـ = 17.5 \text{ كجم}$$

(٢٧) ∴ القوى تؤثر في أضلاع شبه المنحرف في إتجاه دورى واحد

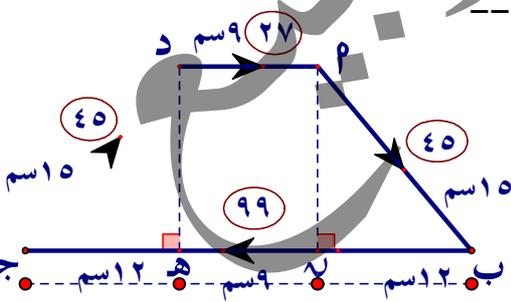
$$3 = \frac{27}{9} = \frac{45}{15} = \frac{99}{33} = \frac{45}{15}$$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

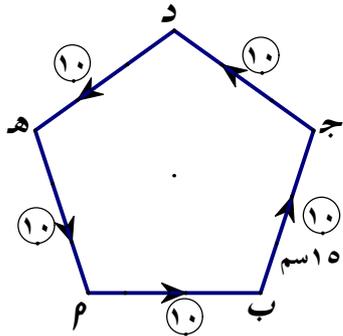
عزمه = 2 × مساحة شبه المنحرف ب ج د × 3

$$∴ \quad \text{عزم الإزدواج} = 2 \times \frac{(ب+ج)}{2} \times 3$$

$$∴ \quad \text{عزم الإزدواج} = 2 \times \frac{(33+9)}{2} \times 3 = 1134 \text{ كجم.سم}$$



" من $\Delta ب هـ ل$: $هـ ل = \sqrt{12^2 - 15^2} = 9$ سم "



(٢٨) ∴ القوى تؤثر في أضلاع المضلع في إتجاه دورى واحد

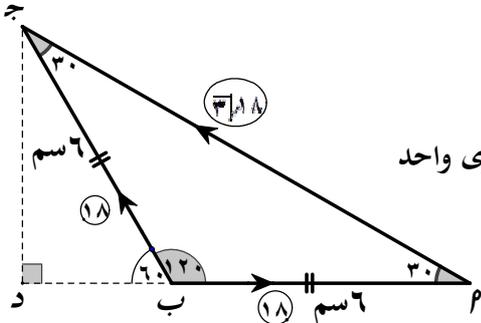
$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10}{15}$$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

$$\text{عزمه} = 2 \times \text{مساحة المضلع} \times \frac{2}{3}$$

∴ مساحة المضلع المنتظم الذى طول ضلعه "س" و عدد أضلاعه "ن" = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{ن}$ $\times \frac{180}{\text{ن}}$

$$\text{∴ عزم الإزدواج} = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times (15) \times 10 \times 10 \times \frac{180}{5} = 516,14 \text{ ث.كجم.سم}$$



(٢٩) ∴ $\widehat{ب م} = 90^\circ$ ، $\widehat{ب د} = 30^\circ$ ، $\widehat{م د} = 60^\circ$

$$\text{∴ } 3\sqrt{18} = 3 \times 6 = 18$$

∴ القوى 18 ، 18 ، $3\sqrt{18}$ نيوتن تؤثر في أضلاع Δ ب م د في إتجاه دورى واحد

$$3 = \frac{18}{3\sqrt{18}} = \frac{18}{6} = \frac{18}{6}$$

∴ المجموعة تمثل إزدواجاً

$$\text{عزمه} = 2 \times \text{مساحة } \Delta \times 3$$

$$\text{∴ عزم الإزدواج} = 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times 6 \times 3 = 324 \text{ ث.كجم.سم}$$

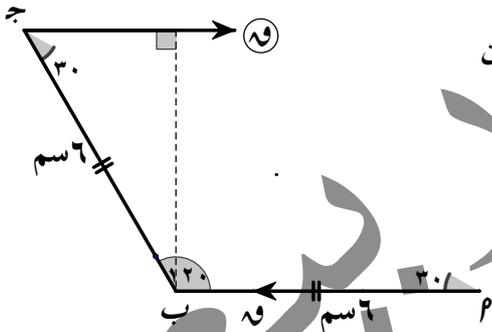
نفرض أن القوتان هما 18 ، 18 حيث $18 = 18$ ، $18 = 18$ ، في إتجاهين متضادين

و يعملان عكس إتجاه الإزدواج 3 ، "إتزان إزدواجين"

$$\text{∴ } 18 = 18$$

$$\text{∴ } 324 = 324 - 324 = 0$$

∴ القوتان 18 ، 18 و تعملان في إتجاه $\overline{ب م}$



(٣٠) في الحالة الأولى

∴ الصفيحة متزنة تحت تأثير قوتين فقط هما الوزن و رد فعل المسمار

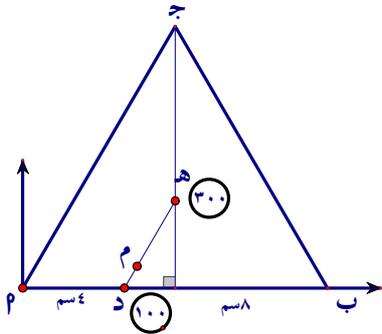
∴ رد الفعل = الوزن و عكسه في الإتجاه

∴ رد الفعل = 300 ث.جم رأسياً لأعلى.

في الحالة الثانية " بعد تأثير الإزدواج على الصفيحة "

∴ الصفيحة متزنة تحت تأثير إزدواج 3 ، 7500 ، قوتان هما الوزن و رد الفعل

(٢٢) باعتبار نقطة P نقطة الأصل ، \vec{P} محور السينات في نظام إحداثى متعامد

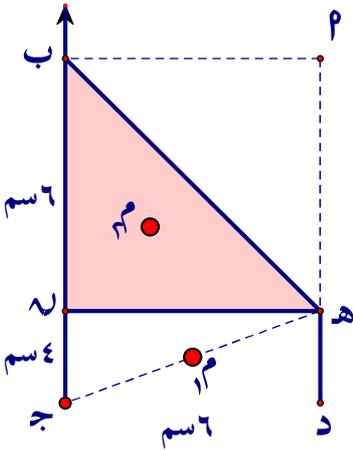


النقطة	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
د	١٠٠	٤	٠	٤٠٠	٠
هـ	٣٠٠	٦	$3\sqrt{3}$	١٨٠٠	$3\sqrt{3} \cdot 600$
المجموع	ك=٤٠٠			كس=٢٢٠٠	كص=٣٧٦٠٠

\therefore س م = $\frac{2200}{400} = \frac{11}{2}$ ، ص م = $\frac{37600}{400} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ،
 \therefore بعد مركز الثقل عن P = $\sqrt{(\frac{11}{2})^2 + (\frac{3\sqrt{3}}{2})^2} = 5$ سم

(٢٤) اعتبار نقطة P نقطة الأصل ، \vec{P} محورى الإحداثيات في نظام إحداثى متعامد

\therefore مساحة \square P هـ ب : مساحة \square ج د هـ = ٣٦ : ٢٤ = ٣ : ٢
 \therefore نفرض أن كتلة \triangle ب هـ ب = ٣ك عند م_٢ ، مساحة \square ج د هـ = ٢ك عند م_١



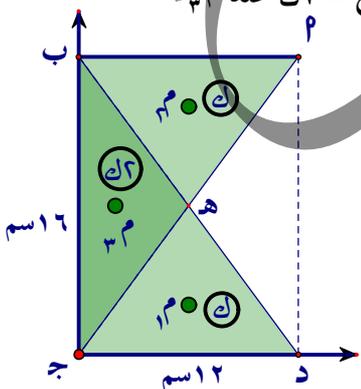
الشكل	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
\triangle	٣ك	٢	٦	٦ك	١٨ك
\square	٢ك	٣	٢	٦ك	٤ك
المجموع	ك=٥ك			كس=١٢ك	كص=٢٢ك

\therefore س م = $\frac{12ك}{5ك} = \frac{2,4}{5}$ ، ص م = $\frac{22ك}{5ك} = \frac{4,4}{5}$

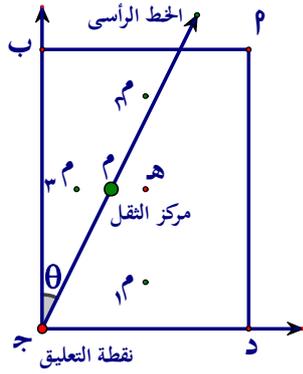
\therefore بعدا مركز الثقل عن ج ب ، ج د على الترتيب هما ٢.٤ سم ، ٤.٤ سم

(٢٥) باعتبار نقطة ج نقطة الأصل ، \vec{J} محورى الإحداثيات في نظام إحداثى متعامد

\therefore مساحة \triangle P هـ ب = مساحة \triangle ج د هـ = مساحة \triangle ب هـ ج = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل = ٤٨ سم^٢
 نفرض أن كتلة \triangle P هـ ب = ٢ك عند م_٢ ، كتلة \triangle ج د هـ = ٢ك عند م_١ ، كتلة \triangle ب هـ ج المزدوج = ٢ك عند م_٣



النقطة	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
م _١	ك	٦	$\frac{8}{3}$	٦ك	$\frac{8}{3}ك$
م _٢	ك	٦	$\frac{4}{3}$	٦ك	$\frac{4}{3}ك$
م _٣	٢ك	٢	٨	٤ك	١٦ك
المجموع	ك=٤ك			كس=١٦ك	كص=٣٢ك

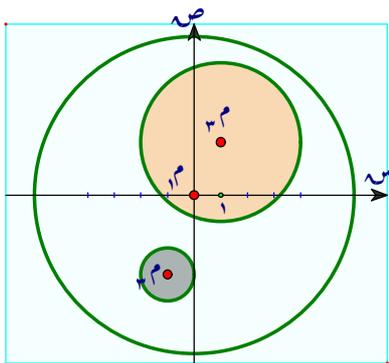


$$\therefore s_m = \frac{6k}{4} = \frac{3}{2}k, \quad v_m = \frac{32k}{4} = 8k$$

∴ بعدا مركز الثقل عن جـ ب ، جـ د على الترتيب هما ٤ سم ، ٨ سم

عند التعليق من نقطة جـ الخط الرأسى هو جـ م و لتكن θ قياس زاوية ميل جـ ب على الرأسى

$$\therefore \text{ظا } \theta = \frac{s_m}{v_m} = \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$$



(٣٦) لتكن $m_1(0, 0)$ ، $m_2(1, -3)$ ، $m_3(1, 2)$

كتلة m_1 : كتلة m_2 : كتلة m_3 = $6 \times \pi^2$: $1 \times \pi^2$: $3 \times \pi^2$ = ٩ : ١ : ٣٦

النقطة	الكتلة "ك"	س	ص	ك س	ك ص
m_1	٣٦ ك	٠	٠	٠	٠
m_2	ك	١-	٣-	ك	٣ ك
m_3	٩ ك	١	٢	٩ ك	١٨ ك
المجموع	٤٢ ك			٨ ك = س	١٥ ك = ص

$$\therefore s_m = \frac{8k}{42} = \frac{4}{21}k, \quad v_m = \frac{15k}{42} = \frac{5}{14}k \leftarrow \left(\frac{5}{14}, \frac{4}{21} \right)k$$